

اللا اله الا الله  
في الهندسة الوصفية

بسم الرحمن الرحيم

حمدك يا من عرف بكمال الوصفية وتنتزه عن التشبيه والجسمية اكل واجب  
قام بحقه اللسان واحسن حلية يتحلى بها الانسان واجل ممدود من افواه  
المخابر واحسن مرسوم في صدور الدفاتر وشكر يا ذا النعمة والعطاء  
مجلبة لزيادة الالاء فسبحانك يا مصورا اشكال المخلوقات ومزين مساقط  
الغيب بانواع النبات وحافظ الطير في الفراغ من السقوط وممسك السماء  
بلا عمد عن الهبوط ارسيت الجبال على مستوى الغبراء وزينت بالانجم  
الزهر محيط الجرباء نسألك يا ذا العزة الباهرة والقدرة التامة القاهرة  
ان تصلي على مركز دائرة الكمال نبيك المبعوث في خير آل محمد القاطع  
بالبتر الحداد رؤس اهل الشرك والعناد صلى الله عليه وسلم وشرف وكرم  
وعظم وعلى آله الذين اقاموا عود الدين بمسقيم الحجج والبراهين

ما استبان الضياء ودرجت الأطباء وتلونت الحرباء في هاجرة البيداء (وبعد)  
 فالرياضة غذاء الارواح ومناط جل مصالح الاشباح بها كمال النفوس  
 البشرية واصلاح كل خلل مملوكى ورزية فهي عند العقلاء اجل صناعة  
 يرجح سعيه من اتخذها بضاعة بل بها ترزاد القوة العاقلة وتقوى في ميدان  
 المناضلة لكونها غير ظنية الدلائل فلا يؤثر فيها سهم المناضل بل هي  
 قطعية البراهين مؤسسة على المشاهدة واليقين ولا يبعد ان تكون سببا  
 للنجاح ومجلبة لرضا الفتاح لان بها صلاح العباد وزوال ما يعترضهم  
 من ضرر العناد وبالجملة فهي بكل ثناء حريه لاسما الهندسة الوصفية  
 التي هي لغة المهندس ولسانه من عرفها جل عند العقلاء مكانه ومن  
 لم يعرفها لم يعرف رسما ومن كان في هذه اعشى فهو في الآخرة اعشى فلا  
 يمكنه وصف مشاهد سواء تقارب منه او تباعد هذا ومن جملة ما انتظم  
 في سلك التعريب وتداولته ايدي التصحيح والتهذيب كتاب في هذا الفن  
 جديد الاعمال حسن الترتيب ليس له مثال ترجمه الماهر الليب والعاقل  
 الاريب صاحب الاخلاق الحسان ابراهيم افسدى رمضان ولما اكل  
 تعريبه وتدريسه في مدرسة الهندسة النفيسة المهندس سخانة الخديوية  
 معبد النفائس الرياضية تداولته ايدي التصحيح وتقعته غاية التنقيح فقابله  
 على اصاله الفرنسي من هو للمهارة حاوى صاحبي الذي أثق به ودليلي  
 حسن افندي المصحح الجليل فاطلق عنان قلمه فيه وصححه وامعن نظره في  
 ترجمته واصلمه ثم وصل الى يد راجي غفر الاوزار ابراهيم الدسوقي عبد الغفار  
 فهدب عباراته ومبانيه وحرر بعد السؤال معانيه وبذل فيه غاية  
 الجهد ونظمه نظم الاالي في العقود مع مقابله الثاني و مترجمه الاول  
 ليكون بذلك اتقن واكمل ولا يلزم على تحسين مبناه الاخلال بشئ  
 من معناه كان ذلك بامر من يحجبه السعد بليك سعادة امير اللواء ادهم  
 بك لازال محفوقا بالالطاف الخفية مشمولا بالاسعافات الدورية  
 وفاء بواجب خدمة صاحب السيادة والعطايا المورثة للسعادة من ملك

بجوده رقاب العباد وعم كرمه منهم الحاضر والباد رب القنطرة القوية  
والرأى العلى ولى نعمتنا الحاج محمد باشاعلى ايد الله يمنه وكرمه دولته  
وسدد بقهره وقوته صولته ولازال مسعود الاوقات دائم الحظوظ والمسرات  
مجاب المنادى مكبوت المعادى بجاه من ركب البراق وارتقى  
السبع الطباق ولما تها للتمام ولبس وشاح الختام وسمته باللاالى البهية  
فى الهندسة الوصفية وقد ان ان نشرع فى المقصود فنقول بعون الله  
الملك المعبود

\*(الجزء الاول)\*

\*(في النقطة والمستقيم والمستوى)\*

\*(الباب الاول)\*

\*(تنبیهات اولیه)\*

\*(١)\*

الهندسة العادية تین تبییناً تاماً الوضع النسبی لأجزاء شكل ما کأن کله  
في مستو واحد لكنها غير كافية في بیان العمليات اللازم إجراؤها في الفراغ  
كما يظهر ذلك بامثلة سهلة جدا

ومن المعلوم ان بعد نقطة عن مستوى يقدر بالعمود النازل من هذه النقطة  
على هذا المستوى لكن كيفية تبیین اتجاه هذا العمود وكيفية تعيين نقطة تقابله  
بالمستوى لا تتحلل بالهندسة العادية لان طرقها الرسمية غير كافية في ذلك  
فلذا لزم استعمال طرق خصوصية تتعلق معرفتها بالهندسة الوصفية فعلى  
هذا تعريف الهندسة الوصفية بان الغرض منها معرفة رسم ذی الثلاثة  
ابعاد على فرخ من ورق ذی بعدین فقط غير صواب لان هذا الغرض ليس الاجزاء  
واهيأ منها فاتها زيادة عن ذلك تین طرق بحث يصح تطبيقها مع الفائدة  
التامة على جميع المسائل العملية للوضع النسبی وبالتحليلات الجبرية يمكن حل  
مسائل النسب الميترية وبالجملة فبمجموع هذين الفرعين الرياضيين يمكن  
حل اى مسألة كانت

وقد قال المهندس منج في الهندسة الوصفية انها لغة المهندس فلا بد له حينئذ  
من معرفة قرآة لغته وکتابتها

ثم ان جميع اشغال المهندس لا تخرج عن مسألتين

الاولی الوصف اعنى رسم صورة جسم او عدة اجسام على فرخ ورق بحيث



\*(٣)\*

يمكن تكويتها فيما يراى ان تكون نهايتها من المحال  
الثانية التصوراى انه بعد تخيل جسم او عدة اجسام يعمل رسمها بحيث يمكن  
ابرازها خارجا بالضبط بواسطة هذا الرسم

\*(٢)\*

متى تحرك مستو او اى سطح كان لا يعتبره تغيير فى جزء من اجزائه ولا فى اوضاع  
النقط بالنسبة الى بعضها ولا فى اوضاع خطوطه فى وقت تامن اوقات الحركة  
ولا فى مقادير الزوايا الحادثة بين خطوطه ولا فى طول خطوطه المحدودة ومتى  
دور مستو حول خط تقاطعه بمستو آخر حتى اتحد معه يقال لذلك انطباق  
المستوى الاول على الثانى وهذه العملية تكرر كثيرا فى الهندسة الوصفية  
لتحويل بعض تراكييب على فرخ من ورق لم تكن فيه ويتحصل ذلك ايضا  
باعتبارات اخرى كثيرة الفائدة

\*( فى بيان النقطة ) \*

\*(٣)\*

متى امكن ايجاد جميع نقط اى جسم او سطح او خط بواسطة معالم علم الجسم  
او السطح او الخط فيجب حينئذ ان قبل كل شئ معرفة ثبوت وضع اى نقطة  
فى الفراغ \* ويستعمل لذلك عدة طرق نشرحها فيما بعد اسمها هو اعتبار  
مستويين يتقاطعان فى زوايا قائمة كما فى (شكل ١) بفرض احدهما  
ق ق افقيا والآخر ر ر رأسيا وخط تقاطعهما خ خ يسمى بخط  
الارض وكل من هذين المستويين اللازم تصورهما ممتدين الى غير نهاية يقطع  
الآخر الى جزئين او جهتين يسمى الجزء خ خ من المستوى الافقى  
الكائن امام الرأسى بالجزء المقدم والجزء خ خ الكائن خلف المستوى  
الرأسى يسمى بالجزء المؤخر والجزء خ خ من المستوى الرأسى الكائن  
فوق المستوى الافقى يسمى بالجزء الاعلى والجزء خ خ الموجود اسفله  
يسمى بالجزء الاسفل ويتكون ايضا من هذين المستويين اربع زوايا زوجية

تميز باسماء الاجزاء المكونة هي منها

فالزاوية ق خ ض ر تسمى الزاوية المقدمة العليا ويرمز لها بالرمز  $\overline{م ع}$   
والزاوية ق خ ض ر تسمى الزاوية المؤخرة العليا ويرمز لها بالرمز  $\overline{خ ع}$   
والزاوية ق خ ض ر تسمى الزاوية المؤخرة السفلى ويرمز لها  $\overline{خ س}$   
والزاوية ق خ ض ر تسمى الزاوية المقدمة السفلى ويرمز لها  $\overline{م س}$

\*(٤)\*

اذا تقرر ذلك يقال اذا انزلنا من النقطة الفراغية م عمودا م د على  
المستوى الافقي ق ق تسمى النقطة د التي هي اثر هذا الخط بمسقط  
النقطة م الافقي والعمود م د بالخط المسقط اقبيا للنقطة م وكذلك  
اذا انزلنا م ع على ر ر يكون الاثر ع لهذا المستقيم مسقط النقطة  
م الرأسى ويكون خط ع م الخط المسقط رأسيا للنقطة م

\*(٥)\*

اذا امرت مستو من م د و م ع يكون الشكل م د و ع الكائن  
في هذا المستوى بالضرورة مستطيلا ويكون المستوى زيادة عن ذلك عمودا على  
ق ق وعلى ر ر فيكون بالضرورة عمودا على خ ض فينتج اولان  
البعد م د اى من النقطة م الى المستوى الافقي يساوى البعد ع و  
اى من مسقطها الرأسى الى خط الارض  
وثانيا ان البعد م ع اى من النقطة م الى المستوى الرأسى يساوى  
البعد د و اى بعد المسقط الافقي عن خط الارض  
وثالثا اذا انزلنا من مسقطى نقطة واحدة عمودين على خط الارض فانهما  
يقطعانه في نقطة واحدة

\*(٦)\*

المسقطان د و ع للنقطة م بعينان موضعها في الفراغ وذلك ان

\*(٥)\*

النقطة توجد على عمود المستوى ق ق القائم من المسقط الافقي د على بعد يساوي و ع فينثذ اذا اخذ بعد د م = و ع تكون النقطة م هي النقطة المطلوبة وتحصل ايضا بأخذ ع م = و د على عمود قائم من النقطة ع على المستوى الرأسى ر ر وبالجمله فالعمودان القائمان من النقطتين د و ع على المستويين ق ق و ر ر يكونان في مستوا واحد فينثذ يتقاطعان في النقطة م التي مسقطها د و ع

\*(٧)\*

وتعين النقطة اذا كانت على مستقيمين او على مستقيم ومستو وبهذه الكيفية تعين النقطة دائما لان معنى تعين مسقطي نقطة ما كون النقطة على مستقيمين عمودين على مستويي المسقط وهما من المستقيمين المعلومين

\*(٨)\*

وقد اعتبرنا فيما ذكر مستويين فلتحول التراكيب على فرخ الرسم يفرض ان المستوى الرأسى ر ر يدور حول خط الارض خ ض كباب يدور على عقبه حتى ينطبق على المستوى الافقى بحيث ينطبق الجزء الاعلى خ ض ر على الجزء المؤخر خ ض ق والجزء الاسفل خ ض ر على الجزء المقدم خ ض ق

وبهذه الحركة يهزله المسقط الرأسى ع وكذلك خط و ع فينطبق في و ك على امتداد د و بحيث انه بعد انطباق المستوى الرأسى على المستوى الافقى يكون المسقطان د و ك للنقطة واحدة فراغية على عمود واحد على خط الارض فن ذلك ينتج ان كل نقطتين منتخبتين اختيارا لا بدلان على مسقطى نقطة واحدة فراغية الا ان كاتما على عمود واحد على خط الارض

\*(٩)\*

ولنرمز من الآن فصاعدا الى اى نقطة فراغية بحرف صغير من حروف الهجاء  
ومسقطها بعين هذا الحرف موضوعا فوقه حرف **ق** ان كان المسقط اقليبا  
و **ر** ان كان المسقط رأسيا

فالنقطة **م** الفراغية مثلا يرمز لمسقطها الافقى بالرمز **م ق** والراسى **م ر**  
انظر (الشكل ٢) وتعين اى نقطة فى الهندسة الوصفية بمسقطيها والنقطة  
المعلومة هى النقطة المعلوم **كل** من مسقطيها الافقى والراسى ومتى طلب  
ايجاد نقطة فراغية فالمراد ايجاد مسقطيها

ومتى وصف اى شكل فراغى وجب رسمه حالا على فرخ الرسم وبالعكس اى انه  
متى وجد رسم اى شكل لزم تصويره فى الفراغ ومن ثم متى علمت مساقط اى نقطة  
وجب ان يتصور موضعها الفراغى وبالعكس اى متى علم موضعها الفراغى وجب  
ان يستخرج منه حالا وضعاء مسقطيها

## \*( فى بيان اوضاع النقطة ) \*

النقطة يمكن ان تشغل عدة محال فراغية يدل عليها باوضاع مسقطيها بالنسبة  
لخط الارض كما يدل على الاوضاع المذكورة فى الهندسة التحليلية بعلامات  
وقادير الخطوط الاحداثية ولنذكر الاوضاع فنقول

(اولا) اذا كانت النقطة فى احدى الزوايا الاربع الزوجية الحادثة من مستويي  
المسقط يسهل مشاهدة وجود مسقطيها على الجزئين المتكويين لهذه  
الزوايا من المستويين وتتضح اوضاعها الاربع التى تشغلها فى هذه الحالة من  
الشكل (٣)

(ثانيا) اذا كانت النقطة على احد المستويي المسقط فلا مسقط لها على هذا  
المستوى الا نفسها واما مسقطها الاخر فيكون بالضرورة على خط الارض  
ولذلك اربع حالات تظهر لك من الشكل (٤) المبين فيه انه لا علامة فوق رمز  
النقطة ليدل ذلك على ان النقطة هى التى على المستوى لا احد مسقطيها

(ثالثا) اذا كانت النقطة على خط الارض فلا منقط لها الا هي واذا لم يكتب بجوارها الاحرف م فقط كما هو مبين في (الشكل ٥)  
(رابعا) اذا كانت النقطة في احدى الزوايا الاربع الزوجية امكن ان تكون على بعد واحد من مستوي المسقط اي انه يمكن ان يكون  $وم = وم$  انظر (الشكل ٢) و (بند ٥) ومق كان المسقطان في جهة واحدة من جهتي خط الارض انطبقا على بعضهما ولذلك حالتان مبينتان في (الشكل ٦) ومن هنا ينتج

اولا ان جميع النقط المتمازة المساقط والمتساوية البعد عن خط الارض توجد على المستوى القاسم للزاويتين  $مع$  و  $خس$  الى قسمين متساويين وثانيا ان كل نقطة اتحد مسقطاها توجد على المستوى القاسم للزاويتين  $مع$  و  $مس$  الى قسمين متساويين

## \*(في بيان المستقيم)\*

\*(١١)\*

اذا انزلنا من جميع نقط مستقيم اعمدة على المستوى الافقي تكون اثارها اي مواقعها المساقط الاقية لنقط المستقيم ويكون الخط الجامع لها المسقط الافقي للمستقيم وتكون جميع هذه الاعمدة في مستو واحد عمود على المستوى الافقي ويكون تقاطعه مع هذا المستوى مسقط المستقيم وكذا يقال في سقوط اي مستقيم على مستو ما فينتد يكون مسقط المستقيم على مستو ما خطا مستقيما

وكيفية تحصيل مسقطي مستقيم ان يمر بهذا المستقيم مستويان عمودان على مستويي المسقط يسمى احدهما بالمستوى المسقط افقيا للمستقيم والاخر بالمستوى المسقط رأسي للمستقيم

\*(١٢)\*

ولنرمز من الآن فصاعدا لى مستقيم فراغى بحرف كبير وللسقطيه بعين  
الحرف المذكور موضوعا عليه حرف <sup>و</sup> ان كان المسقط افقيا و  
ان كان المسقط رأسيا فرمزي و <sup>و</sup> يدلان على المسقطين الافقى والرأسي  
للمستقيم و كفى (الشكل ٧)  
وقد يرمز للمستقيم بنقطتين من نقطه لكن المستقيم المحدد الطول يرمز اليه  
دائما بنقطتي نهايته

اي مستقيم يتعين على العموم بمسقطيه لانه اذا قيم من <sup>و</sup> مستو عمود على  
المستوى الافقى ومن <sup>و</sup> اخر عمود على المستوى الرأسى يوجد المستقيم و  
على هذين المستويين معا فيكون بالضرورة خط تقاطعهما ومن هنا ينتج ان  
المستقيم المعلوم بمسقطيه يعلم حقيقة بالمستويين حيث انه خط تقاطعهما  
ويتعين ايضا اى مستقيم تعينا تاما بنقطتين من نقطه لانهما يعينان نقطتين من  
كل من مسقطيه

ولنعبر اعتبارا زائدا من نقط المستقيم النقطتين اللتين يقطع فيهما المستقيم  
المذكور مستويي المسقط ويسميان باثرى المستقيم لانهما صالحتان كل  
الصلاحية لتعيين اتجاهه


\*(المسئله الاولى)\* اذا كان المعلوم اثرى مستقيم والمطلوب ايجاد مسقطيه  
يقال

اذا فرض ان | الاثر الافقى للمستقيم د و - اثره الرأسى ك كفى  
الشكل (٧) يكون | و - على خط الارض انظر (ثانيا من  
عمره ١٠) وعلى العمودين النازلين على هذا الخط من النقطتين  
ا و - انظر بند (٨) ومن هنا يتصل نقطتان ا و - من و

واخريان - و ا من و فهذا يعلم المسقطان

\* (١٥) \*

\* (المسئلة الثانية) \* اذا كان المعلوم مسقطى مستقيم والمطلوب ايجاد اثره يقال

حيث ان الاثر الافقى  كما فى (شكل ٧) على المستقيم و المستوى الافقى يوجد مسقطه الرأسى بالضرورة على و وعلى خ ض فيكون حيثئذى ا وتكون النقطة ا هى مسقط نفسها الافقى فتكون حيثئذى على و وعلى عمود واحد على خط الارض مع ا اى انه يكون فى نقطة تقاطع هذين المستقيمين ا وكذلك اذا كان الاثر الرأسى على و وعلى المستوى الرأسى يكون مسقطه الافقى فى و اما النقطة قسما فتكون فى -

ومن هنا ينتج انه يلزم لايجاد اثر مستقيم ان يمد المسقط الخالف للاثر فى الاسم الى خط الارض وان يقام من نقطة التقابل عمود على الخط المذكور فتكون نقطة تقاطعه مع المسقط الآخر الاثر المطلوب

\* (١٦) \*

قد لا ينحصر المستقيم الممتد الى غير نهاية فى زاوية واحدة وحيثئذى يكون الجزء السكائن فى الزاوية م ع مشاهدا لكن كل ما يكون منه خلف المستوى الرأسى او اسفل الافقى يكون مخبأ بأحد هذين المستويين ويبين ذلك على الشكل بطريقة رسم مساقط اجزاء هذا المستقيم وقد اصطلح على رسم مسقطى الجزء المحصور فى الزاوية م ع بخطين اتصاليين وعلى رسم مسقطى جزء المستقيم المحصور فى احدى الزوايا الثلاث الاخر بخطين نقطيين ذواتى نقط مستطيلة كما يظهر ذلك من اشكال الامثلة الآتية ومن المعلوم ان الجزء المشاهد من المستقيم يكون مسقطه الافقى تحت خط الارض بخلاف مسقطه الرأسى فانه يكون فوقه



اكن لا يليق هذا الاصطلاح الا بالخطوط الاصلية من الشكل كل اعنى  
الخطوط الدالة على معالم المسئلة او مجاھيلها المطلوبة واما الخطوط غير الاصلية  
فتقسم

\* (اولا) \* الى الخطوط المساعدة وهى وان لم تكن من جملة الخطوط الاصلية  
لها وقع عظيم فى الشكل وترسم بخطوط متقطعة بمعنى انها مكونة من اجزاء  
مستقيمة متفاصلة بنقطة او عدة نقاط وتسمى بالخطوط المركبة

\* (وثانيا) \* الى خطوط العمل وقد تسمى بخطوط السقوط وتعتبر عدمية لقلتها  
نفعها فى الرسم وترسم بخطوط نقطية مكونة من اجزاء اصغر وادق من الاجزاء  
الداخله فى تركيب الخطوط المساعدة

وقد يوجد زيادة على اجزاء الشكل الخبا بمستوى المسقط اجزاء اخرى يمكن ان  
تكون مخبأة باجزاء الشكل الامامية لكن اعدم تكثير خطوط الشكل النقطية  
المضرب بوضوحه نفرض غالبا ان اجزاء الشكل المذ كورة تكون مبنية  
بالخطوط المرسومة على مستوي المسقط الكافية لتعيينها

### \*( فى بيان اوضاع المستقيم ) \*

يمكن ان يشغل المستقيم عدة اوضاع فراغية تميز باوضاع المساقط بالنسبة  
لخط الارض ويرسم هذه المساقط ولند كرذلك فنقول

\* (اولا) \* قد يكون المستقيم ما يلا بالنسبة لمستوي المسقط وجرؤه المحصور  
بين الاثرين فى احدى الزوايا الاربع الزوجية فينتد يكون اثر المستقيم  
المذ كور كائين على جزئ المستويين المكونين للزاوية المذ كورة فبذلك يحصل  
معنا اوضاع اربعة كما فى (الشكل ٨) وتسهل معرفتها بمجرد رسمها ولاجل  
بيان هذا الرسم نقول حيث كان فى الوضع الاول الجزء ا - الكائن فى الزاوية  
م م ع مشاهدا يكون الجزآن ا - و ا - من المسقطين مرسومين

بخطين اتصالين لكن المستقيم و بعد مجاوزته نقطة ا يمر تحت المستوى الافقي  
وبمجاوزته النقطة - يمر خلف المستوى الرأسى ومن ثم رسمه و اجزى المسقط  
الافقى الكائنين خارج النقطتين ا و - وجزى المسقط الرأسى الكائنين خارج  
النقطتين ا و - بخطوط تقاطعية وبهذه الكيفية يصنع الرسم اللازم اجراؤه  
في الحالات الثلاث الاخر

ولنفرض الآن ان المستقيمت مرسومة بدون رمز فنقول لاجل الاستدلال  
بكيفية الرسم على مسقط المستقيم الافقى يقال ان جزء المستقيم المرسوم  
مسقطاه بخطين اتصالين لا بد وان يكون في الزاوية م ع ففي الوضع الرابع مثلاً  
يكون جزء المستقيم الذى على يسار النقطة ا هو الموجود في الزاوية الاولى  
فيكون مسقط هذا الجزء الافقى تحت خط الارض ومسقطه الرأسى فوقه  
وبذلك تكون النقطة ا اثر المستقيم الافقى والنقطة - اثر الرأسى ويقاس  
على ذلك ايجاد اتجاه المستقيم في الاوضاع الثلاثة الباقية

\* (وتانياً) \* قد يكون المستقيم موازياً للمستوى الافقى فيكون مسقطه الرأسى  
حيث موازياً لخط الارض لان جميع نقط المستقيم و على بعد واحد من  
المستوى الافقى واما المسقط الافقى فيكون حيثما اتفق وتأتى هنا الاوضاع  
الثلاثة المبينة في (الشكل ٩) باعتبار كون المستقيم و فوق المستوى  
الافقى او داخله او اسفله

\* (وثالثاً) \* قد يكون المستقيم موازياً للمستوى الرأسى فيكون مسقطه  
الافقى موازياً لخط الارض واما مسقطه الرأسى فيكون حيثما اتفق وتأتى هنا  
الاورضاع الثلاثة المبينة في (الشكل ١٠) باعتبار كون المستقيم و امام  
المستوى الرأسى او داخله او خلفه

\* (ورابعاً) \* اذا كان المستقيم كما قد يتفق موازياً للمستوي المسقط معا فيلزم ان  
يكون موازياً لخط الارض فيكون مسقطاه حيث موازياً لخط الارض خ ص

ومن هنا يحصل معنا اوضاع تسعة اربعة منها فيما اذا كان المستقيم في احدى الزوايا الاربع الزوجية كافي (الشكل ١١) واربعة منها فيما اذا كان المستقيم على احدى اربع جهات مستويي المسقط كافي (الشكل ١٢) والتاسع فيما اذا كان المستقيم متعامدا مع خط الارض كافي (الشكل ١٣)

وهذه الاوضاع التسعة عين تسعة اوضاع النقطة الميمنة في (الشكل ٣ و ٤ و ٥) فيكون فيها ان تبدل النقطة  $m$  و  $m'$  و  $m''$  الخ في (الشكل ٣ و ٤ و ٥) بالمستقيبات  $m$  و  $m'$  و  $m''$  الخ الموازية لخط الارض فاذا كان المستقيم في هذه الحالة متساوي البعد عن المستويين كان مسقطاه متساويي البعد عن خط الارض ولو كان مسقطاه في جهة واحدة لانطبقا على بعضهما كافي (الشكل ١٤) وكان المستقيم حينئذ في المستوى القاسم للزاويتين  $m$  و  $m'$  و  $m''$  الخ الى قسمين متساويين

\* (وخامسا) \* اذا كان المستقيم عمودا على المستوى الافقي يؤل مسقطه الافقي الى نقطة واحدة ويكون مسقطه الرأسى عمودا على خط الارض لان المستوى المسقط للمستقيم رأسيا والمستوى الرأسى للمسقط يكونان عمودين على المستوى الافقي ويكون للمستقيم في هذه الحالة ثلاثة اوضاع باعتبار كونه امام المستوى الرأسى او داخله او خلفه كافي (الشكل ١٥)

\* (وسادسا) \* اذا كان المستقيم عمودا على المستوى الرأسى كان له كذلك ثلاثة اوضاع متشابهة باعتبار كونه فوق المستوى الافقي او داخله او اسفله كافي (الشكل ١٦)

وينتج من هاتين الحالتين ان  $m$  كافي (الشكل ٢) هو المسقط الرأسى للمستقيم المسقط اقصيا للنقطة  $m$  ومسقطه الافقي النقطة  $m'$  واما  $m''$  فهو المسقط الافقي للمستقيم المسقط رأسيا للنقطة  $m$  ومسقطه الرأسى  $m'$

\* (وسابعا) \* اذا كان اتجاه المستقيم في الفراغ عمودا على خط الارض صار مسقطاه

مستقيماً واحداً عموداً على خط الأرض لئلا يمتد من المستقيم و مستوي  
رأسياً لكان هذا المستوى عموداً على  $\chi\psi$  فعلى ذلك يكون تقابلاً مع  
مستوي المسقط  $\psi\omega$  و عمودين على  $\chi\psi$  وقاطعين له في نقطة واحدة  
فينطبقان على بعضهما بالضرورة بعد انطباق المستوى الرأسى على الأفقى  
ومن هنا ينتج لئلا مسقطى المستقيم العمودين على خط الأرض غير كافيين  
لتعيين اتجاهه في الفراغ لكن إذا علم منه نقطتان تعين الاتجاه تماماً ويكون  
له حينئذ أربعة أوضاع بحسب انحصار الجزء الكائن بين الاثرين في احدى الزوايا  
الاربعة الزوجية كفى (الشكل ١٧)

\* (وثامناً) \* إذا قابل المستقيم خط الأرض اتخذ اثنان  $\alpha\omega$  و  $\beta\omega$  في نقطة واحدة  
من الخط المذكور وقد يتفق في هذه الحالة ان المسقطين  $\psi\omega$  و  $\phi\omega$  يصنعان  
كفاي (الشكل ١٨) مع جزء واحد من  $\chi\psi$  زاويتين حادتين احدهما  
فوقه والاخرى تحته وهذا ينتسب بالضرورة للمستقيم النافذ في الزاويتين  
مع  $\omega$  و  $\chi$  واما اذا كانت الزاويتان الحادتان مصنوعتين من المسقطين  
مع جزئى  $\chi\psi$  كفى (الشكل ١٩) دل ذلك بالضرورة على مستقيم  
نافذ في الزاويتين  $\omega\chi$  و  $\omega\psi$  فاذا كانت الزاويتان الحادتان متساويتين  
يكون المستقيم اما على المستوى القائم للزاويتين  $\omega\chi$  و  $\omega\psi$  الى  
قسمين متساويين واما على المستوى القائم للزاويتين  $\chi\psi$  و  $\psi\omega$  و  $\omega\psi$   
كذلك انظر رابعاً من عمدة (١٠) وفي هذه الحالة يصير المسقطان مستقيماً  
واحداً كفى (الشكل ٢٠)

\* (وتاسعاً) \* اذا كان المستقيم المقابل لخط الأرض عموداً عليه فان مسقطاه  
يتحدان ويصيران خطاً واحداً عموداً على  $\chi\psi$  ولا يكفيان حينئذ لتعيينه  
فيلزم اخذ نقطة مآمن المستقيم المذكور كفى (الشكل ٢١)

\*(١٨)\*

وينتج عن ذلك جميعه ان المستقيم يكون معينا بالكافية بمساقط تقطعتين من نقطه

الافى احوال مخصوصة فان مسقطاه لا يكفيان في تعيينه

\*(١٩)\*

اي مستقيمين ليسا عمودين على خط الارض يدلان ابا على مسقطى مستقيم فراغى لانا اذا اخذنا المستويين المسقطين من المستقيمين تقاطعان في مستقيم معين وقد يكون المستقيم غير معين اذا اتحد مسقطاه وصارا خطا واحدا عمودا على **خ** **ض** وى مستقيمين احدهما عمود على خط الارض او كل منهما عمود عليه ولا يقطعانه في نقطة واحدة لا يصح ان يكونا مسقطى مستقيم واحد فراغى

\*(٢٠)\*

المستقيمان الفراغيان اما ان يتقاطعا او يتوازيان ولا يكونان في مستوي واحد وانبين ذلك فنقول

\*(اولا)\* اذا تقاطعا كما في (الشكل ٢٢) كان مسقطا نقطة تقاطعهما **م** على مساقط **و و** و حينئذ يلزم ان يكون **م و م** على عمود واحد على خط الارض انظر ثمرة (٨)

\*(وثانيا)\* اذا توازيا فمسقطاهما المتحدان الاسم يكونان متوازيين كما في (الشكل ٢٣) لان المستويين المسقطين متوازيان

\*(وثالثا)\* اذا لم يكونا في مستوي واحد فنقطه تقاطع مسقطيهما الرأسين لا تكون مع نقطة تقاطع مسقطيهما الا فقيين على عمود واحد على خط الارض كما في (الشكل ٢٤)

\*(٢١)\*

ثم ان عكس هذه الدعاوى الثلاث صحيح ايضا اعنى

\*(اولا)\* اذا تقاطعت مساقط المستقيمين في نقطتين على عمود واحد على خط الارض كما في (الشكل ٢٢) تقاطع المستقيمان في الفراغ لان مسقطى النقطة **م** حيث انهما على مسقطى المستقيم **و** تكون النقطة على هذا الخط وبذلك تكون ايضا على مستقيم **و**



يكونان بعد تصورهما كما ذكر متشابهين لان فيهما زاويتين متساويتين كل منهما  
محصورة بين ضلعين متناسبين مع ضلعي الاخرى وموازيتين لهما كل نظيره  
ومنه يحدث ان الزاوية  $\alpha$  و  $\beta$  او المستقيمين  $\alpha$  و  $\beta$  متوازيان  
\*(٢٤)\*

\*(المسئلة الثالثة)\* اذا اريد ان يمر من نقطة معلومة مستقيم مواز لآخر  
معلوم يقال

لا بد كفاي (الشكل ٢٦) ان يمر مسقطا المستقيم المفروض  $\alpha$   
بمسقطي النقطة المعلومة  $\beta$  كل بنظيره وان يكونا موازيين لمسقطي المستقيم  
المعلوم  $\alpha$  و كل نظيره

\*(في بيان الخطوط المنحنية)\*

\*(٢٥)\*

اذا انزلنا من جميع النقط  $\alpha$  و  $\beta$  و  $\gamma$  ... م كفاي (الشكل ٢٧)  
اعني نقط المنحنى  $\alpha$  اعمدة على المستوى الافقي  $\beta$  تكون من الازرار  
 $\alpha$  و  $\beta$  و  $\gamma$  ... م اعني اثار الاعمدة المذكورة الخط  $\alpha$  وهو  
المسقط الافقي للمنحنى المذكور  $\alpha$  واما الاعمدة نفسها  
 $\alpha$  و  $\beta$  و  $\gamma$  ... م فتكون متوازية ويحدث عنها  
سطح سوف نسميه بالسطح الاسطوانى ويقال له ايضا سطح مسقط او اسطوانة  
مسقطه افقيا للمنحنى  $\alpha$  واذا انزلنا ايضا اعمدة على المستوى الرأسى  
تكون منها اسطوانة مسقطه رأسيا للمنحنى  $\alpha$  فالمنحنى  $\alpha$  حينئذ هو تقابل  
سطحين

واذا كان المنحنى  $\alpha$  مرسوما داخل مستو عمود على المستوى  
الافقى مثلا كانت جميع المستقيمات  $\alpha$  و  $\beta$  و  $\gamma$  ... م في المستوى  
المذكور وكان  $\alpha$  تقابل هذا المستوى بالمستوى الافقى ومنه ينتج ان



مسقط المنحنى ج الافقى خط مستقيم وان الآخر منحنى بالضرورة واما اذا كان المنحنى ج فى مستو عمود على خ ض فكل من مسقطيه يكون مستقيما

\*(٢٦)\*

\*(المسئلة الرابعة)\* اذا كان المراد ايجاد نقط تقابل المنحنى بمستوى المسقط يقال ان النقط التى يتقابل فيها المنحنى ج مع المستوى الافقى كما فى (الشكل ٢٨) تسقط انسقاطا رأسيا على ج وعلى خ ض انظر ثانيا من (نمرة ١٠) فينثذ يكون المسقطان ا و - فى تقاطعهما وتكون النقطتان ا و - على ج وعلى العمودين القاسمين من النقطتين ا و - على خ ض ومن المعلوم ان هذين العمودين يقابلان عموما ج فى عدة نقط يمكن جعلها كلها بلا تمييز آثارا للمنحنى ج مالم يكن هناك حالة تعجزنا على عدم اعتبار بعضها آثارا كما لو فرضنا مثلان ا و - ليسا اثرين للمنحنى ج وبمثل ذلك يكون ايجاد الاثرين الرئيسين

تبيينه قد يوجد جزء من ج غير مقابل لجزء من ج فلا يكون بالضرورة مسقط جزء من المنحنى ج كما ان هناك جزءا من ج ليس جزءا من مسقط المنحنى ج وسنشرح ذلك

## \*(فى بيان المستوى)\*

\*(٢٧)\*

يمكن ان يمر مستو واحد بمستقيمين متوازيين او بمقاطعين او بمستقيم ونقطة وينتخب من المستقيمات التى يمكن ان نعين موضع مستو فراغى المستقيمان اللذان يقطع ذلك المستوى فيهما مستويي المسقط ويسميان باثرى المستوى ومن المعلوم انه لا بد وان يتقابل اثرا مستويا خط الارض فى نقطة واحدة هى نقطة تقابل الخط المذكور بالمستوى

ولنرمز لاي مستو فراغى بحرف من حروف الهجاء ولاثرية الافقى والرأسي

بالحرفين ق و ر عايمهما رمز المستوى كما في (الشكل ٢٩)  
 فرمز ق و ر يدلان على اثرى المستوى م ومتى علم مستويين مستقيمين  
 رمز له برمزى المستقيمين المذكورين موضوعين بين قوسين فرمز (اب) مثلا  
 يدل على المستوى المعين بكل من المستقيمين ا و ب كما رمز للمستوى المعين  
 بالمستقيم ا والنقطة ا برمز (ا ا) ورمز (ا - ج) يدل على  
 المستوى المار بالنقط الثلاث ا و - و ج

(٢٨)\*

(المسئلة الخامسة)\* اذا كان المسقط الافقى لمستقيم على مستو معلوم باثريه  
 معلوما والمطلوب ايجاد مسقطه الرأسى يقال  
 من المعلوم كما في (الشكل ٢٩) ان اثرى المستقيم على مستو يكونان  
 بالضرورة على اثرى المستوى فيكون الاثر الافقى للمستقيم و النقطة ا التى  
 هى تقابل ق بالمسقط و ومن ذلك نستخرج النقطة ا من المسقط و  
 وايضا حيث ان الاثر الرأسى للمستقيم و ينسقط اقيما فى النقطة -  
 التى هى تقابل و و خض وان النقطة نفسها فى - على ر يعلم و  
 واذا علم و استنتج منه ايضا و

(٢٩)\*

(المسئلة السادسة)\* اذا كان المسقط الافقى لنقطة على مستو معلوم باثريه  
 معلوما والمطلوب ايجاد مسقطها الرأسى يقال  
 اذا امررنا فى مستوى م خطا مستقيما و من النقطة م كما في  
 (الشكل ٢٩) يمر و من م ومنه ينبج و انظر (بند ٢٨)  
 وحيث ان م يوجد على و وعلى العمود النازل من النقطة م على  
 خض يكون م فى تقابل هذين المستقيمين وكذلك اذا علم م يستنتج منه  
 بالكيفية المذكورة م ومن هنا ينبج ان المستوى يتعين باثريه نعيينا كليا

ويتعين ايضا المستوى بمستقيمين حيث ما اتفق تقاطعان  
وبيان ذلك ان يفرض ان  $\overline{م ك ف ي}$  (الشكل ٣٠) المسقط الافقى لنقطة  
من المستوى (أ ب) انظر بند (٢٧) فيمر من النقطة  $\overline{م}$  في المستوى  
المذكور مستقيما  $\overline{م س}$  فيمر  $\overline{س}$  من  $\overline{م}$  ويقابل بالضرورة المستقيم  $\overline{س}$   
المستقيمين  $\overline{أ}$  و  $\overline{ب}$  في النقطتين  $\overline{أ}$  و  $\overline{ب}$  اللتين مسقطاهما الاقعيان  
هما  $\overline{أ}$  و  $\overline{ب}$  وهما تقابل  $\overline{س}$  مع  $\overline{أ}$  ومع  $\overline{ب}$  ومن هنا ينتج  
 $\overline{أ}$  و  $\overline{ب}$  اللذان يعلم منهما المسقط  $\overline{س}$  الذي يكون المسقط الرأسى  $\overline{م}$   
لنقطة  $\overline{م}$  عليه فينتدنتعين هذه النقطة ولا يخفى انه لو كان المستقيمان  
 $\overline{أ}$  و  $\overline{ب}$  متوازيين لحدث مثل ذلك

\*(المسئلة السابعة)\* اذا علم مستويين مستقيمين واريدا إيجاد اثره يقال  
ان اثرى كل مستقيم لابد وان يوجد على اثرى المستوى المذكور كما في  
(الشكل ٣١، ٣٢) فاذا بحثنا عن الانا للمذكورة بالكيفية المقررة في نمرة (١٥)  
نجد تقطعتين  $\overline{أ}$  و  $\overline{ب}$  من الاثر  $\overline{ق}$  وآخرين  $\overline{أ}$  و  $\overline{ب}$  من  $\overline{م}$   
ولابد ان يقطع هذان الاثران خط الارض  $\overline{خ}$  في نقطة واحدة وهذا  
برهان على صحة الاعمال

وانذ كر على سبيل الاستطراد ان احسن طرق حل المسائل المراد حلها  
الاقتصار بقدر ما يمكن على طرق تصحيحها بدون زيادة ينشأ عنها عدم سهولة  
الاعمال

ولو اريد إيجاد اثرى مستوي معلوم بالمستقيم  $\overline{و}$  والنقطة  $\overline{م}$  للزم ان يمر من  
النقطة المذكورة مستقيما  $\overline{و}$  مواز للمستقيم  $\overline{و}$  او قاطع له ثم يبحث عن  
اثرى المستوى (و و)

وإذا كان المستوى معلوما بثلاث نقط حدث لنا بجمعهم ما منى ثلاث مستقييات  
والاحسن ان يجمع بين اثنين منها بمستقيم ويمد من النقطة الثالثة موازله وبذلك  
يسهل حل هذه المسائل المختلفة

## \*( في بيان اوضاع المستوى ) \*

\*(٣٣)\*

يمكن ان يشغل المستوى عدة اوضاع فراغية نذكرها فنقول  
\*(اولا)\* قد يكون المستوى مائلا بالنسبة لمستويي المسقط فله حينئذ حالتان  
مميزتان كافي (الشكل ٣٣) بحسب كون الاثرين يصنعان مع جزء من  
خ ض اومع جزئين منه مختلفين زاويتي حادتين  $\alpha$  و  $\beta$  -

\*(وثانيا)\* يمكن في الحالتين المذكورتين ان تكون الزاويتان  $\alpha$  و  $\beta$  -  
متساويتين وفي الحالة الثانية فقط يتطبق الاثران كافي (الشكل ٣٤)  
\*(وثالثا)\* قد يكون المستوى م عمودا على المستوى الافقي فيكون اثره  
الرأسي عمودا ايضا على المستوى المذكور كافي (الشكل ٣٥) ويلزم  
بالضرورة ان يكون عمودا على خط الارض

\*(ورابعا)\* قد يكون المستوى عمودا على المستوى الرأسى كافي (الشكل ٣٦)  
فيكون اثره الافقي عمودا على خط الارض بالضرورة  
\*(وخامسا)\* قد يكون المستوى عمودا على خط الارض فيتطابق اثره بالضرورة  
ويصير ان مستقيما واحدا عمودا على خط الارض كافي (الشكل ٣٧)

\*(وسادسا)\* قد يكون المستوى موازيا للمستوى الرأسى فيكون اثره الافقي  
موازيا لخط الارض خ ض ولا يوجد له حينئذ اثر رأسى والاولى ان يقال انه  
يوجد لانها ثابا وحينئذ يشغل المستوى وضعين ايضا كافي (الشكل ٣٨)  
\*(وسابعا)\* قد يكون موازيا للمستوى الافقي فيحينئذ لا يكون له اثر افقي واما  
اثره الرأسى فيكون موازيا خ ض ويمكن ان يشغل وضعين ايضا كما  
في (الشكل ٣٩)

\* (وثامنا) \* قد يكون المستوى موازيا لخط الارض فيكون اثره موازيين  
خض لانهما لو لم يكنا كذلك لتقابل خط الارض بالمستوى  
ويمكن ان يكون للمستوى م اربعة اوضاع بحسب كينونة اثره على  
جزئين من اجزاء مستوي المسقط كما في (الشكل ٤٠)

\* (وتاسعا) \* قد يكون المستوى ما يلا بالنسبة لمستوي المسقط ايضا ميلا  
متساويا فيكون اثره حينئذ متساوي البعد عن خط الارض وينطبقان كل  
منهما على الآخر اذا كانا في جهة واحدة كما في (الشكل ٤١)

\* (وعاشرا) \* لا يمكن تعيين المستوى المار بخط الارض باثره الذين لا يكونان  
الامستقيما واحد لكن اذا كان المستوى معيننا بمستقيم ونقطة اختيار خط الارض  
واما النقطة فتؤخذ حيث ما اتفقت ويرمز لهما بعين رمز المستوى المذكور  
فيكون له حينئذ كما في (الشكل ٤٢) وضعان بحسب قسمه للزاوية م ع  
والمقابلة لهما وقسمه للزاويتين الاخر بين الزوجيتين

\* (وحادي عشر) \* قد يكون المستوى احد مستويي المسقط فيكون احد  
مسطي النقطة على خط الارض

(٣٤)\*

وينتج مما ذكر جميعه انه يمكن تعيين المستوى بمستقيم ونقطة وان اثره غير كافيين  
في حالة مخصوصة

(٣٥)\*

ويجب ان يميز من المستقيما المستقيما الممكن رسمها على اي مستوي المستقيما التي  
هي

\* (اولا) \* افقيات المستوى وهي مستقيما كائنة على المستوى المذكور  
وموازية للمستوى الافقي

\* (وثانيا) \* رأسيات المستوى وهي مستقيما كائنة على المستوى المذكور  
وموازية للمستوى الراسي

\* (وثالثا) \* الخطوط الاعظم ميلا من غيرها المستوي بالنسبة للمستوى الافقي وهي

مستقيان اعمدة على الاثر الافقى لهذا المستوى بيان ذلك كما في (الشكل ٤٣) انا اذا انزلنا من النقطة م من المستوى م ع الخط م و عمودا على م ن والخط م ك ما يلاحظه وانزلنا ايضا م ع عمودا على المستوى ان ووصلنا ع بكل من تقطعت و و ك يحدث ع و و ع ك فيكون ع و عمودا على م ن واما ع ك فيكون ما يلاحظه ومن هنا ينتج ان ع و > ع ك وحيث يكون  $\frac{م ع}{ع و} < \frac{م ع}{ع ك}$  لكن حيث ان هاتين النسبتين تسميان بميل م و م ك على المستوى ان  $\Rightarrow$  يكون م و الخط الاعظم ميلا من غيره

ولنذهب على ان  $\frac{م ع}{ع و} = \text{ظا } \alpha$  وينتج من ذلك ان ميل اى مستقيم او مستوى على مستوى آخر يتبين بالنظر المساحى للزاوية الحادثة من المستقيم المذكور او من المستوى مع المستوى الاخر

\*(ورابعا)\* الخطوط الاعظم ميلا من غيرها المستوى بالنسبة للمستوى الرأسى وهى مستقيمان اعمدة على الاثر الرأسى للمستوى المذكور واثبات ذلك كاثبات ما سبق

\*(المسئلة الثامنة)\* اذا كان المراد رسم افقى ورأسى لمستوي يقال حيث ان الافقى و للمستوى م مواز للمستوى الافقى كما في (الشكل ٤٤) يكون مسقطه الرأسى و موازيا لـ خ ض واثره الرأسى لا بد وان يكون على ر أ وعلى و فيكون في النقطة - التى مسقطها الافقى - وحيث ان المستقيم و مواز للاثر ق أ فلا بد وان يكون مسقطه الافقى ايضا و موازيا للاثر المذكور ق أ انظر (ثانيا من بند ٢٠) ومارا بالنقطة - وحيث كان الرأسى ب للمستوى م موازيا للمستوى الرأسى يكون

مسقطه الافقى ب موازيا خ ض ومسقطه الرأسى ب موازيا  
للأثر ر

وحيث ان المستقيمين و ب كائنان على المستوى م فانهما يقطعان  
فى نقطة واحدة م فيكون م و م بالضرورة على عمود واحد على  
خ ض وهذا برهان على صحة الاعمال

\*(٣٧)\*

\*(المسئلة التاسعة)\* اذا كان المطلوب رسم خطين اعظم ميلا من غيرهما  
فى مستو معلوم يقال

ان (الشكل ٤٣) يثبت ان المسقط ع و للخط الاعظم ميلا من غير م و من  
المستوى ع م بالنسبة للمستوى ان عمود على م ن الذى هو خط  
تقابل المستويين

اذا تقرر هذا فلا بد وان يكون المسقط الافقى و للخط الاعظم ميلا من غيره  
بالنسبة للمستوى الافقى عمودا على ن كفى (الشكل ٤٥) ومنه يستخرج  
و يمتضى (بند ٢٨) وايضا حيث ان المسقط الرأسى ك للخط الاعظم ميلا  
من غيره بالنسبة للمستوى الرأسى عمودا على ر يستخرج منه المسقط  
الافقى ك

وحيث ان المستقيمين و ك الكائنين على المستوى م يتقاطعان  
فى نقطة واحدة م يجب ان يكون م و م على عمود واحد على  
خ ض

\*(٣٨)\*

ويمشاهد مما ذكر ان الخط الاعظم ميلا من غيره بالنسبة لمستويين ليعينه تعيينا  
تاماً حيث يمكن بواسطته ان يحدث عدة اقصيات او رأسيات بقدر ما يراد



للمستوى المذكور يتقاطع منها اثنان

\*(٣٩)\*

\*(المسئلة العاشرة)\* اذا كان المطلوب ان يمر من نقطة معلومة مستوى مواز لا آخر معلوم يقال

من المعلوم ان الاثار المتحدة الاسم لمستويين متوازيين متوازية وانه زيادة على ذلك اذا كان معنامستويان متوازيان م و ك امر رنا من نقطة م من نقط المستوى ك مستقيما موازيا للمستقيم كائ في المستوى م يكون كله محصورا في المستوى ك

اذا ثبت ذلك نمر في المستوى المعلوم م كافي (الشكل ٤٦) مستقيما م و ثم نمر من نقطة م مستقيما آخر ط موازيا و فيكون في المستوى المطلوب ك ومن هنا ينتج ان اثره الافقي ا نقطة من نقط ك و اثره الرأسى ر نقطة من ر وحيث انه زيادة على ذلك لا بد وان يكون الاثر الاول موازيا للآخر ق والثاني موازيا للآخر ر يكونان معلومين ويجب تحقيق العملية ان يتقاطعا على خ ض في نقطة واحدة

ويمكن ان يقال انه لا حاجة الى امرار المستقيم و لانسالوا امر رنا من النقطة المعلومة م افقيا ط للمستوى ك كافي (الشكل ٤٧) لصار ط موازيا للآخر ق فينتد يكون موازيا ايضا الى ق ويكون ط موازيا خ ض ويكون الاثر الرأسى ر لهذا المستقيم نقطة من ك الذي يجب ان يكون موازيا للآخر ر ومقابل لخط الارض في نقطة ك منها يمر الاثر ق ويوازي الاثر ق ولوا امر رنا بديل الافقي رأسيا للمستوى لوجدنا بلا واسطة نقطة من ق

\*(٤٠)\*

واذا كان المستوى م ليس معلوما باثره بل بمستقيمين متقاطعين ك في بالضرورة ان يمر من النقطة المعلومة مستقيمان موازيان للمستقيمين المقروضين

كل لنظيره وبهما يتعين المستوى المطلوب  
واما اذا كان المستوى م المذكور معلوما بمستقيمين متوازيين او بمستقيم  
ونقطة او بثلاث نقط فيرجع اولاً لاحد الحالتين المذكورتين قبل وذلك اما برسم  
انرى المستوى المعلوم كما في (بندى ٣١ و ٣٢) او برسم مستقيمين  
كائنين فيه ومتقاطعين ويتعين حينئذ المستوى ك كالمذكور  
قبله في بند (٣٩)

\* (٤١) \*

ولنبين من ايا اصطلاح الرمز المستعمل في الاشكال المتقدمة في هذا الكتاب  
فبقول ان (الشكل ١٨) تكرر في اول حالة من احوال (الشكل ٣٣) وان  
المقصود من الرمز في (الشكل ١٨) مستقيم يقابل خط الارض ومنه  
في (الشكل ٣٣) مستويان فالرمز بالحروف المعلة للمستوى الرأسى غير  
كاف لاشترائه بين المستقيمتين والمستويات معا وان الحالة الاولى والثالثة من  
(شكلى ١١ و ٤٠) لا يختلفان ايضا الا بالرمز وان (الشكل ١٢)  
تكرر بعينه (في شكلى ٣٨ و ٣٩) وان الرمز المستعمل في (الشكل ١٤)  
يدل على ان المقصود مستقيمان متعدا المساقط لمستقيمان مرسوم احدهما  
على الجزء المؤخر من المستوى الافقى والاخر على الجزء الاسفل من المستوى  
الرأسى كما في (الشكل ١٢) ولا مستويان مواز احدهما للمستوى الرأسى  
كما في (الشكل ٣٨) والاخر للمستوى الافقى كما في (الشكل ٣٩) وانه  
بدون الرمز المستعمل في (الشكل ٤١) لا يعلم مستويان موازيان  
لخط الارض متطابقا الا تار بل يعلم مستويان احدهما مواز للمستوى الافقى  
كما في (الشكل ٣٩) والاخر للمستوى الرأسى كما في (الشكل ٣٨) وان  
(الشكل ٤٢) لا يدل بدون الرمز المستعمل فيه الا على مسقطى نقطة ولا يمكن  
ان يدل على مستويان من خط الارض ولينبه الى ان تنقيط الخطوط في الامثلة  
التي ذكرت لا يجبر وحدهم على عدم كفاية الرموز المصطلح عليها فالامثلة المذكورة  
صالحة جدا لان تدل على نفع الرموز التي اصططناع عليها

\*(الباب الثاني)\*

في المسائل الاصلية من الهندسة الوصفية  
في تغيير مستوي المسقط وفي تدوير الاشكال حول محور

\*(٤٢)\*

مما كانت معادلة خط اوسط معقدة يبحث بالتحليلات عن اختصارها وذلك بان ينسب المنحني او السطح الى محاور جديدة منتظمة بحيث تنعدم بعض الحدود كحدود مستطيلات الاحداثيات والحدود ذات الدرجة الاولى التي تكون في معادلات المنحنيات والسطوح ذات الدرجة الثانية ويمكن في الهندسة الوصفية ان يكون الشكل المرسوم على مستوي المسقط معقد اجدا ومن الخطوط التي هي سبب في تعقيد ما يكون ناتجا من طبيعة المسئلة وحيث لا يمكن التخلص منه ومنها ما يكون حادثا من وضع مستوي المسقط بالنسبة للشكل الفراغي المراد بيانه فيمكن في هذه الحالة ازالته بانتخاب مستوي المسقط انتخابا مستحسنا ويمكن ايضا ابقاء مستوي المسقط وتغيير وضع الشكل وهذه العملية تجري دائما بتدوير الشكل حول محور فيتحصل من ذلك مسئلتان نذكرهما فنقول

\*(الاولى)\* ان يكون مسقطا شكل فراغي على مستويين قائمي الزوايا معلومين والمطلوب ايجاد مسقطيه على مستوي ثالث عمود على احد المستويين المذكورين

\*(الثانية)\* ان يكون مسقطا شكل فراغي على مستويين قائمي الزوايا معلومين والمطلوب ايجاد مسقطيه على عين المستويين المذكورين بعد تدويره حول محور ثابت بقدر زاوية معلومة ويتفرع كل من هاتين المسئلتين الى مسائل عديدة مقصودنا من هذا الباب ذكرها مفصلة

\*(٤٣)\*

ولننبه قبل الشروع في ذلك على انه يرمز لكل خط ارضى بالرمزين خ و ض

مع وضع اشارة عليه اوبدونها ويوضعان بحيث لو فرض الانسان انه فوق  
المستوى الافقى وامام المستوى الرأسى لرأى الرمز  $\chi$  على يساره والرمز  $\psi$   
على يمينه بحيث يدل وضع كل من هذين الرمز  $\chi$  على جزء فرخ الرسم الذى يراد  
ان يبحث فيه عن جهة كل من مستويي المسقط وعلى ان يوضع ايضا على  
كل من رموز مسقط النقط او الخطوط الكائنة على مستويي المسقط  
الجديدين الرمز  $\rho$  او  $\omega$  وعليه عين الاشارة التى على  $\chi$  و  $\psi$   
الدالين على خط الارض الجديد ليبدل ذلك على ان المساقط هى عين مساقط  
النقط المعلومة او الخطوط كذلك منتسبة للمستوى الرأسى او الافقى الجديدين  
وعلى ان يرمز كذلك للآثار الجديدة للمستويات بالرمز  $\rho$  او  $\omega$   
عليهما عين الاشارات المذكورة وقد لا يوضع خصوصا فى مسائل التطبيق  
رمز على خط الارض وانما تطل جهة الجزء المقدم من المستوى الافقى وانشرع  
فى ذكر المسائل فنقول

\*(المسئلة الاولى)\* اذا كان المطلوب تغيير المستوى الرأسى بالنسبة لنقطة  
يقال

ليفرض كما فى (الشكل ٤٨) ان  $\rho$  و  $\omega$  مسقطان للنقطة  $\mu$  على المستويين المرموز  
لهما برمز خط الارض  $\chi$  وان المطلوب البحث عن مسقطها على مستوا آخر  
رأسى قاطع للافقى فى  $\chi$  فيدل وضع الرمز على ان الجزء الاعلى للمستوى  
الرأسى منطبق على المستوى الافقى جهة يسار الرسم وان الجزء الاسفل كذلك  
جهة يمينه حيث لم يتغير المستوى الافقى لا يتغير المسقط  $\mu$  ويبقى ارتفاع النقطة  
 $\mu$  عن المستوى المذكور على ما كان عليه فحينئذ يكون مسقطها الرأسى  
الجديد  $\mu$  مع  $\rho$  على عمود واحد على  $\chi$  كما فى بند (٨) وعلى الجزء  
الاعلى للمستوى الرأسى الجديد انظر (اولا من نمرة ١٠) وعلى

بعد  $\text{وَم}$  من  $\text{خ}^{\text{ر}}$  يساوى البعد  $\text{وَم}$  الكائن بين النقطة  $\text{م}$  والمستوى الافقى انظر (اولا من نمرة ٥) ويمكن بيان ذلك على الشكل بان يمر من النقطة  $\text{ع}$  التى هى تقابل  $\text{خ}^{\text{ر}}$  مع  $\text{خ}^{\text{ر}}$  المستقيم  $\text{ل}$  عمودا على  $\text{خ}^{\text{ر}}$  والمستقيم  $\text{ط}$  على  $\text{خ}^{\text{ر}}$  ثم يمر ايضا  $\text{م}$   $\text{ل}$  موازيا للخط  $\text{و}$  ويرسم من المركز  $\text{ع}$  القوس  $\text{ل ط}$  والمستقيم  $\text{ط م}$  موازيا للمستقيم  $\text{ع و}$  فينتج بالضرورة

$$\text{وَم} = \text{ل} = \text{ط} = \text{وَم}$$

\*(٤٥)\*

\*(المسئلة الثانية)\* اذا كان المطلوب تغيير المستوى الافقى بالنسبة لنقطة يقال

هذه المسئلة كفاي (الشكل ٤٨) لا تخالف ما قبلها الا فى اجراء العملية التى عملت فى المستوى الرأسى على المستوى الافقى

فاذا اريد تغيير مستوي المسقط معا لزم اجراء العمليتين على التوالى فيفرض انه بعد اجراء التغيير المذكور فى المستوى الرأسى اريد تغيير المستوى الافقى فيفرض ان خط الارض الجديد هو  $\text{خ}^{\text{ر}}$  بشرط ان يكون الجزء المقدم من المستوى الجديد تحت  $\text{خ}^{\text{ر}}$  وجزؤه المؤخر فوقه حيث لم يتغير

المستوى الرأسى يكون  $\text{م}$  باقيا على حاله وتكون النقطة  $\text{م}$  باقية دائما امام المستوى المذكور وعلى بعد واحد منه فينبذ يجب ان يكون المسقط

الافقى الجديد  $\text{م}$  مع  $\text{م}$  على عمود واحد على خط الارض  $\text{خ}^{\text{ر}}$  كفاي نمرة (٨) اى انه يكون تحت هذا الخط الارضى انظر (اولا من نمرة ١٠) وعلى

بعده  $\text{وَم} = \text{وَم}$  انظر (ثانيا من نمرة ٥) ويرسم هذه المتساوية رسما

مما تلازمه أعمال المتقدمة ينتج

$$وَم = ل = ع = ط = و$$

ويمكن بتغييرات متوالية في المستويين الأفقي والرأسي ان تنسب نقطة لاي مستويين قائمي الزوايا يسمى احدهما دائماً مستويا أفقيا والاخر رأسيا

\* (٤٦) \*

\* (المسئلة الثالثة) \* اذا كان المطلوب تغيير مستوي المسقط بالنسبة لمستقيم يقال

كما يمكن حل المسئلتين المذكورتين بالنسبة لنقطة يمكن حلها بالنسبة لمستقيم لان المستقيم لما كان يتعين بنقطتين كفي في ذلك ايجاد مساقط نقطتين من نقطة على المستويين الجديدين فاذا فرضنا ان  $\chi$  ض اثر مستورا رأسي جديد كما في (الشكل ٤٩) تبين لنا من وضع الرموز على خط الارض الجديد هذا انطباق الجزء الاعلى على يمين فرخ الرسم والجزء الاسفل على يساره انظر (بند ٤٣) فاذا اخذنا من المستقيم  $\omega$  نقطتين مثل  $m$  و  $n$  لا يتغير مسقطاهما الأفقيان وحيث انهما فوق المستوى الأفقي يجب ان يكون مسقطاهما الرأسيان الجديدان على يسار  $\chi$  ض وعلى بعدين

$$وَم = و ع = ع \omega \text{ انظر (بند ٤٤)}$$

وحيث ان الاثر الأفقي للمستقيم  $\omega$  لا يتغير يقال اذا اجريت العملية بالضبط لابد وان يكون المستقيم  $\omega$  عمودا على خط الارض الجديد  $\chi$  ض

وكان يمكن لاجل ايجاد المسقط الجديد  $\omega$  للمستقيم ان تنتخب النقطة  $\alpha$  ونقطة ما اخرى منه ولتنبه بمقتضى ما شوهد من هذه المسئلة على مزية رمزنا فنقول انه ليس قاصرا على تبين وضع كل خط واتجاهه والمقصود منه في الفراغ تبيننا تاما على الشكل بل هو مع ذلك يبين جهة انطباق

المستويات التي ليست منطبقة على فرخ الرسم كما بين ان علامات الرمزين  
و ر المشابهة لاشارات خط الارض المقابل لهما تدل بمجرد النظر اليها  
على كيفيات تنقل مساقط الشكل الفراغى المتوالية ولواستعملنا الرموز المعلة  
لما حصل ذلك الابغاية المشقة

وحينئذ يسهل ايجاد مسقط المستقيم و على مستوا فقى جديداى على مستو  
عمود على المستوى الرأسى  $\chi$  ض  $\chi$  ض لا نبحث عن ذلك هنا حذرا من  
تعقد الشكل

(٤٧)\*

(المسئلة الرابعة)\* اذا كان المطلوب تغيير مستويي المسقط بالنسبة  
لمستوي يقال

نفرض كما فى (الشكل ٥٠) المستوى معلوما باثريه ق<sup>م</sup> و ر<sup>م</sup> ثم نبحث  
عن اثره على مستويي المسقط الجديدين ونفرض ان المطلوب ايجاد اثر  
المستوى م على مستوراى جديد قاطع للمستوى الافقى فى  $\chi$  ض فحيث  
ان الاثر الافقى ق<sup>م</sup> لا يتغير تكون النقطة و التي يتقابل فيها ذلك  
الاثر مع خط الارض الجديد  $\chi$  ض نقطة من نقط الاثر المطلوب انظر  
نمرة (٢٧)

واذا فرضنا على المستوى م مستقيما ما تكون نقطة تقابله مع المستوى  
الرأسى الجديد هى النقطة الثانية من نقط الاثر المذكور انظر (بنه ٢٨)  
وبذلك تنحل هذه المسئلة

ثم ينتخب للاختصار الافقى ط لان نقطه حينئذ تكون على بعد واحد  
ر من المستوى الافقى الذى لا يتغير فحينئذ اذا مدينا ط الى  $\chi$  ض  
فى النقطة ر واقنا من هذه النقطة عمودا على  $\chi$  ض واخذنا عليه بعدا  
ر = ر = يحدث لنا الاثر الجديد الرأسى ر للافقى ط



الكائن في المستوى م كافي (بند ١٥) فيثبت يكون الاثر المذكور  
كائنا بالضرورة على  $R$  الذي هو الاثر الجديد للرأس للمستوى م  
ولننبه على انه لا حاجة لنا برسم المسقط الرأسى للمستقيم ط وكان يكفي ان  
نعين النقطة  $R$  التي تقعنا استعمالها

والاحسن ان نستعمل من اقصيات المستوى م الافقى  $A$  الذي يمر مسقطه  
 $A$  بنقطة تقابل  $X$  مع  $X'$  ان امكن ذلك وحيث ان النقطة  $A$   
في المستويين الرأسين تعتبر على المستوى الرأسى القاطع للمستوى الافقى في  
 $X'$  واذا اتفق ان الاثر الافقى  $Q$  لم يتقابل مع خط الارض الجديد  $X'$   
في حدود الرسم ولم يوازيه لاتعلم النقطة  $Q$  ويلزم حينئذ ايجاد نقطتين من الاثر

الرأسى  $R$  بلا واسطة باخذ اقصيين للمستوى م فان خرج في هذه  
الحالة الاثر الرأسى الجديد عن حدود الرسم اخذ على المستوى م مستقيمان  
يمكن ايجاد مسقطيهما الرأسين الجديدين فيعين المستوى تعيننا كليا  
بالمستقيمين المذكورين انظر (بند ٢٧)

ثم انه يلزم لتغيير المستوى الافقى اجراء مثل ما ذكرنا ذلك باستعمال رأسى  
اورأسيين للمستوى المفروض بحسب تقابل الاثر الرأسى للمستوى المذكور  
مع خط الارض الجديد في حدود الرسم او عدم تقابله به مع عدم موازاته له

\*(المسئلة الخامسة)\* اذا كان مسقطا نقطة على مستويين قائمى الزوايا  
معلومين والمطلوب ايجاد مسقطها على مستوي ثالث يقال  
حيث ان المستوى م كافي (الشكل ٥١) ليس عمودا على المستوى الافقى  
ولا على المستوى الرأسى فلا يعتبر مستويا جديدا رأسيا ولا اقصيا للمسقط  
ليكن اذا اردنا اعتباره اقصيا يجب ان نغير اولا المستوى الرأسى وتختب  
المستوى الجديد عمودا على المستوى م فيلزم ان يكون  $Q$  عمودا

على خ ض انظر (رابعاً من بند ٣٣) ثم نبحث عن اثر المستوى م  
كافي (بند ٤٧) وعن مسقط النقطة م على هذا المستوى الجديد الرأسى  
كافي (بند ٤٤) ثم نعتبر المستوى م مستوياً اقلياً وبذلك لا يكون خط  
الارض الجديداً  $\overline{R}$  فنجده حينئذ م كافي (بند ٤٥) وهى مسقط النقطة  
م على المستوى م

واذا اعتبرنا هذه النقطة م نقطة من المستوى م واريد معرفة مسقطها  
على المستويين الاصلين الميين بخط الارض خ ض رمز لهذه النقطة  
بالرمز  $\omega$  وحيث انها موجودة على المستوى الافقى  $\overline{X} \overline{Z}$  يجب  
ان يكون مسقطها الرأسى على خط الارض فى النقطة  $\omega$  واذا اعتبر  
المستويان المتقاطعان فى  $\overline{X} \overline{Z}$  بدل المستويين المتقاطعين فى  $\overline{X} \overline{Z}$   
لا يتغير المسقط  $\omega$  ويكون المسقط الجديد الافقى فى  $\omega$   
على عمود على خط الارض  $\overline{X} \overline{Z}$  نازل من نقطة  $\omega$  وعلى بعد  
 $\overline{\omega\omega} = \overline{\omega\omega} = \overline{\omega\omega}$

ثم نعتبر المستويين المتقاطعين فى  $\overline{X} \overline{Z}$  بتغيير المستوى الرأسى  
فنجده المسقط  $\omega$  على عمود نازل من النقطة  $\omega$  على  $\overline{X} \overline{Z}$  وعلى بعد  
 $\overline{\omega\omega} = \overline{\omega\omega}$

تنبيه حيث ان المستقيم م مواز  $\overline{X} \overline{Z}$  يكون عموداً على  $\overline{X} \overline{Z}$   
وحيث ان المستقيم م الفراغى عمود على المستوى م يكون  
م مسقطه الافقى وكان يمكن بدل اعتبار المستوى م اقلياً اعتبره

وَأَسْيَاكَان يَلْزَمُ عَلَى ذَلِكَ أَوَّلًا تَغْيِيرُ الْمُسْتَوَى الْإِفْقِي وَاتِّخَاذُ آخَرٍ قَاطِعِ الرَّأْسِيِّ فِي  
خَ صَّ عَمُودًا عَلَى رَ فَيَكُونُ بِذَلِكَ قَ خط الأرض الحديد خَ صَّ  
وَلَوْ بَحِثْنَا أَيْضًا عَنْ مَسْقَطِي النِّقْطَةِ مَ مَعْتَبَرَةً كَالنِّقْطَةِ دَ مِنْ الْمُسْتَوَى  
مَ لَوْ جَدْنَا أَوَّلًا دَ مَعَ مَ عَلَى عَمُودٍ وَاحِدٍ عَلَى رَ فَيَكُونُ حِينَئِذٍ مَ دَ  
الْمَسْقَطُ الرَّأْسِيُّ لِلْعَمُودِ مَ دَ لِلْمُسْتَوَى مَ وَنَتِجُ مِنْ هَذِهِ الْمَسْأَلَةِ أَنَّ  
مَسْقَطِي عَمُودٍ عَلَى مُسْتَوًى عَمُودَانِ عَلَى أَثَرِ الْمُسْتَوَى الْمَذْكُورِ أَنَّ كَلَامًا مِنْ  
الْمَسْقَطَيْنِ عَمُودٍ عَلَى مَوَاقِفِهِمَا مِنْ الْأَثَرَيْنِ وَنَتَبَتِ هَذِهِ النَّظَرِيَّةُ فَيَأْبَعَدُ

\*(٥٠)\*

\*(المسألة السادسة)\* إذا كان المطلوب جعل مستقيم موازيا لأحد مستويي  
المسقط يقال

يَلْزَمُ لَجْعَلِ الْمُسْتَقِيمَ وَ مُوَازِيًا لِلْمُسْتَوَى الرَّأْسِيِّ كَمَا فِي (الشكل ٥٢) أَنَّ  
يَكُونُ وَ مُوَازِيًا لِحِطِّ الْأَرْضِ كَمَا فِي (ثالثًا مِنْ بَنْدِ ١٧) وَيَكْفِي  
حِينَئِذٍ جَعْلُ خَ صَّ مُوَازِيًا لِلْمُسْتَقِيمِ وَ وَ الْبَحْثُ عَنِ الْمَسْقَطِ وَ لِلْمُسْتَقِيمِ  
وَ عَلَى هَذَا الْمُسْتَوَى الْحَدِيدِ الرَّأْسِيِّ انْظُرْ (بَنْدِ ٤٦) وَإِذَا أَرِيدَ جَعْلُ  
الْمُسْتَقِيمِ مُوَازِيًا لِلْمُسْتَوَى الْإِفْقِيِّ لَزِمَ تَغْيِيرُ الْمُسْتَوَى الْإِفْقِيِّ وَجَعْلُ خَ صَّ  
مُوَازِيًا لِلْمَسْقَطِ وَ انْظُرْ (ثَانِيًا مِنْ بَنْدِ ١٧)

\*(٥١)\*

\*(المسألة السابعة)\* إذا كان المطلوب جعل مستقيم عمودًا على أحد مستويي  
المسقط يقال

إِذَا كَانَ الْمُسْتَقِيمُ وَ كَمَا فِي (الشكل ٥٢) مُوَازِيًا لِلْمُسْتَوَى الرَّأْسِيِّ يَكُونُ  
كُلُّ مُسْتَوًى عَمُودًا عَلَى هَذَا الْمُسْتَقِيمِ عَمُودًا أَيْضًا عَلَى الْمُسْتَوَى الرَّأْسِيِّ وَيُمْكِنُ اتِّخَاذُهُ  
مُسْتَوًى مُوَازِيًا لِلْمَسْقَطِ مَعَ الْمُسْتَوَى الرَّأْسِيِّ أَمَّا إِذَا كَانَ الْمُسْتَقِيمُ وَ مُوَازِيًا  
لِلْمُسْتَوَى الْإِفْقِيِّ فَيَكُونُ كُلُّ مُسْتَوًى عَمُودًا عَلَيْهِ عَمُودًا عَلَى الْمُسْتَوَى الْإِفْقِيِّ

ويمكن ايضا ان يعتبر مستويا رأسيًا جديدًا للمسقط مع المستوى الافقي واما اذا كان المستقيم المذكور ليس موازيًا للمستويين المستويين المسقط فلا يكون المستوى العمود على هذا الخط عمودا على مستويين المستويين الافقي والرأسي فلا يمكن اعتباره بالضرورة مستويا افقيا ولا رأسيًا للمسقط مع واحد من المستويين الاصلين ومن ثم يلزم لحل هذه المسئلة ان نبذل بجعل المستقيم المقروض موازيا لاحد مستويي المسقط كما هو مبين في (بند ٥٠) فان اردنا مثلا جعل المستقيم و عمودا على المستوى الافقي نجعله اولًا موازيا للمستوى الرأسى ثم نغير المستوى الافقي بالنسبة على انه اذا كان المستقيم و عمودا على المستوى الافقي يكون مسقطه الرأسى عمودا على خط الارض انظر (خامسا من بند ١٧)

حينئذ نأخذ  $\chi$  ض عمودا على  $\omega$  فيكون المسقط الافقى حينئذ نقطة واحدة  $\omega$  كائنة على امتداد  $\omega$  امام  $\chi$  ض وعلى بعد منه  $\omega = \omega$  وهو بعداى نقطة من المستقيم و عن المستوى الرأسى

(٥٢)\*

(المسئلة الثامنة)\* اذا كان المطلوب جعل مستوي عمودا على احد مستويي المسقط يقال

ان هذه المسئلة قد افصلت في (بند ٤٨) فقد شاهدنا انه يلزم لجعل المستوى م المعلوم عمودا على المستوى الرأسى للمسقط تغيير المستوى الرأسى للمسقط واخذ خط الارض الجديد عمودا على  $\omega$  وانه يلزم ايضا لجعل المستوى م عمودا على المستوى الافقى تغيير المستوى الافقى للمسقط واخذ خط الارض الجديد عمودا على  $\omega$

(٥٣)\*

(المسئلة التاسعة)\* اذا كان المطلوب جعل مستوي عمودا على خط الارض يقال

انه يجب ان يكون المستوى عمودا على المستويين الافقى والرأسى معا فنغير

اولا المستوى الرأسى باخذ  $\chi$  ض مثلا عمودا على  $\tau$  ونستنتج منه  $\tau$   
كفاي (بند ٤٧) ثم نغير المستوى الافقى باخذ  $\chi$  ض عمودا على  $\tau$   
فيبقى المستوى دائما عمودا على المستوى الرأسى السابق ويكون مع ذلك عمودا  
على المستوى الافقى الجديد وحينئذ يكون عمودا على تقابلهم ما على خط  
الارض الجديد

\*(٥٤)\*

\*(المسئلة العاشرة)\* اذا كان المطلوب جعل مستو موازيا لخط الارض  
يقال

ان اثرى المستوى الموازى لخط الارض كفاي (الشكل ٥٣) يكونان موازيين  
للخط المذكور انظر (ثامنا من بند ٣٣) فاذا اردنا حينئذ حل هذه المسئلة  
بتغيير المستوى الرأسى لزم اخذ  $\chi$  ض موازيا للاثر  $\tau$  ثم لاجل ايجاد نقطة  
من نقط  $\tau$  يمكن ان يرسم في المستوى  $\mu$  مستقيم ما ويبحث عن تقابله مع  
المستوى الرأسى الجديد وكيفية الوصول لذلك سهلة جدا وذلك ان المستويين  
الرأسيين والمستوى  $\mu$  متقاطعة في النقطة  $a$  التى مسقطها الافقى  $a'$   
بالضرورة نقطة تقابل خطى الارض  $\chi$  ض و  $\chi$  ض وباتساق هذه  
النقطة للمستوى الرأسى  $\chi$  ض تكون فى  $a$  على  $\tau$  واذا  
اتسبت للمستوى الرأسى  $\chi$  ض تكون على عمود على  $\chi$  ض وعلى بعد منه  
 $a' = a$  فكون النقطة  $a'$  نقطة من  $\tau$

ولو اريد حل المسئلة بتغيير المستوى الافقى لزم ان يؤخذ خط الارض الجديد موازيا  
للاثر  $\tau$  فيوجد بكيفية مشابهة للكيفية المذكورة نقطة من نقط الاثر  
الافقى الجديد

\*(٥٥)\*

\*(المسئلة الحادية عشر)\* اذا كان المطلوب جعل مستو موازيا لاحد مستويي

المسقط يقال

ان المستوى الموازى لاحد مستويي المسقط يكون بالضرورة عمودا على الآخر  
وحينئذ يلزم حل هذه المسئلة ان يتدء بمجعل المستوى المقروض عمودا على احد  
مستويي المسقط كما في (بند ٥٢) ثم يجعل موازيا للمستوى الآخر فاذا  
اريد مثلا ان يجعل المستوى المقروض وهو م موازيا للمستوى الراسي  
فالجعل اولا عمودا على المستوى الافقى ثم يغير المستوى الراسي باخذ خط  
الارض الجديد موازيا للآخر ق كما في (سادسا من بند ٣٣) واما  
اذا اريد جعل المستوى م موازيا للمستوى الافقى فالجعل اولا عمودا على  
المستوى الراسي ثم يغير المستوى الافقى باخذ خط الارض الجديد موازيا  
للآخر ر كما في (سابع من بند ٣٣) ومن المعلوم انه لا يوجد في التغيير  
الثاني اثر للمستوى حتى يبحث عنه

\*(٥٦)\*

وقبل الشروع في حل مسئلة دوران الاشكال حول محور نشرع في ثلاث  
قواعد واضحة لها وقع عظيم فنقول

\*(اولا)\* ان كل شكل في مستو مواز لاحد مستويي المسقط ينسقط على  
هذا المستوى وينطبق على شكل مثله وبيان ذلك انك اذا انزلت من نهايتي  
مستقيم اعمدة على مستوى المسقط يتكون معك شكل متوازي الاضلاع قائم  
يكون مسقطه الضلع المقابل للمستقيم المنسقط فكل شكل يحدد بخطوط  
مستقيمة متناهية في الصغر

\*(وثانيا)\* ان كل شكل كائن في مستو عمود على احد مستويي المسقط  
ينسقط عليه في اثر المستوى المشتمل عليه لان الاعمدة النازلة من كل نقطة من  
الشكل المذكور لا تخرج عن المستوى المذكور

\*(وثالثا)\* انه متى دار شكل حول محور يدور ايضا مسقطه على المستوى  
العمودي على المحور المذكور حول اثر المحور ببقائه دائما كما هو واما  
مسقطه على مستو آخر فيتغير في اى وقت من اوقات الحركة اذا ثبت هذا امكن

تدوير شكل حول محور عمود على احد مستويي المسقط او موازله او على  
اى اتجاه كان ثم بعد تدوير الشكل الفراغى تغير مواضع اجزائه المختلفة والحق  
ان يقال انه صار شكلا آخر مساويا للاول نبحث عن مساقطه ولاجل  
ذلك نسم رموز النقط والخطوط والمستويات دون اسس رموز مستويي  
المسقط

(المسئلة الثانية عشر)\* اذا كان المطلوب تدوير نقطة حول  
محور رأسي بقدر زاوية معلومة واييجاد مسقطيها في وضعها الجديد  
يقال

لتفرض كما في (الشكل ٥٠) ان النقطة المفروضة هي م وان المحور الرأسي  
هو ا فاذا انزلنا من النقطة م عمودا على المحور يكون اقياسا وينسقط  
بالضرورة انسقاطا اقياسا في ر بمقداره الاصلى انظر (اولا من نمرة ٥٦)  
واما مسقطه الرأسى ر فيكون موازيا لخط الارض خ ض انظر  
(ثانيا من نمرة ١٧) فاذا دورنا الجمله بقى العمود ر دائما عمودا على المحور  
ا وعلى طوله الاصلى ورسم بالضرورة دائرة تكون في مستوي عمود على ا  
او افقى ومركزها على المحور ومسقطها الافقى ج دائرة مساوية لها مركزها  
في ا ونصف قطرها يساوى ر ومسقطها الرأسى ج مستقيم مواز لخط  
الارض خ ض وحيث ان النقطة م لا تخرج عن المحيط المذكور يكون  
مسقطها على ج و ج فاذا فرضنا ان النقطة م تدور حول ا بمقدار  
الزاوية ا على اتجاه السهم ف صار نصف القطر ر في وضع ر فيحدث  
ر مع ر الزاوية ا وحيث انه لا بد وان يتكون من المسقطين الاقياسيين عين  
الزاوية المذكورة يكفى ان يمد ر بحيث يحدث مع ر الزاوية ا فتكون  
نقطة تقابل المستقيم المذكور مع ج المسقط الافقى م للنقطة م بعد



الدوران واما مسقطها الرأسى فيث انه يجب ان يكون على المسقط الرأسى  
للدائرة ج يكون في نقطة م ولو حصل الدوران في جهة عكس المذكورة  
كما يظهر ذلك من السهم ف لصار نصف القطر ر في ر والنقطة  
م في م

\*(٥٨)\*

\*(المسئلة الثالثة عشر)\* اذا كان المطلوب تدوير نقطة بقدر زاوية معلومة  
حول محور عمود على المستوى الرأسى يقال  
ان هذه المسئلة كافي (الشكل ٥٥) لا تخالف ما قبلها في شئ سوى ان  
الدائرة المرسومة هنا بالنقطة م كائنة في مستو مواز للمستوى الرأسى بحيث  
ان الزاوية المفروضة لا بد وان تكون حادثة من المسقطين الرأسين ر و ر  
الذين هما مسقطان صفي قطري الدائرة المذكورة المارة بالنقطتين م و م

\*(٥٩)\*

\*(المسئلة الرابعة عشر)\* اذا كان المطلوب دوران مستقيم بقدر زاوية معلومة  
حول محور رأسى او عمود على المستوى الرأسى يقال  
ان المستقيم المذكور يمكن ان يشغل ثلاثة اوضاع مختلفة بالنسبة  
للمحور ولذا كر ذلك فنقول  
\*(الاولا)\* قد يكون المستقيم موازيا للمحور فيرسم سطح اسطوانيا اذا قاعدة  
مستديرة كما هو معلوم في الهندسة الاصلية  
\*(وثانيا)\* قد يقطعه في نقطة فيرسم حينئذ سطح مخروطيا اذا قاعدة  
مستديرة كما هو معلوم ايضا من الهندسة الاصلية  
\*(وثالثا)\* قد لا يكون كائنا معه في مستو واحد فيرسم سطح اسيسى ب سطح  
القطع الزائد الدائرى الطية وسنبينه ولنشرح هذه الاحوال الثلاثة فنقول  
\*(الاولى)\* ان يفرض ان المحور الرأسى هو ا كافي (الشكل ٥٦) وان  
المستقيم الموازى له هو و الذى هو بالضرورة رأسى فتكون جميع نقط

المستقيم و الدائرة حول  $\alpha$  باقية على البعد السكائر بينها وبين المحور  
المذكور فينثذ يكون و  $\alpha$  متوازيين دائما ويرسم حينئذ الاثر الافقي  
للمستقيم و الزاوية  $\alpha$  وبذلك يصير المستقيم و في  $\alpha$

\* (الحالة الثانية) \* ان يفرض ان المحور الرأسى  $\alpha$  كفاى (الشكل ٥٧)  
وان المستقيم القاطع له فى نقطة  $m$  هو و فى دور المستقيم و بقدر  
الزاوية  $\alpha$  حول المحور  $\alpha$  فلا بد وان يستمر مارا من النقطة  $m$  ويكنى حينئذ  
لمعرفة الوضع الجديد لهذا المستقيم معرفة تامة ان يعين الموضع الذى شغلته نقطة  
من نقطه فتأول المسئلة حينئذ الى تدوير احدى نقط المستقيم و حول المحور  
 $\alpha$  والاحسن ان ينتخب من نقط هذا المستقيم اثره الافقى  $\alpha$  ان كان موجودا  
فى حدود الرسم لان الدائرة  $\alpha$  التى يرسمها تكون فى المستوى الافقى  
ومسقطها الرأسى بالضرورة على خط الارض كما ان مسقط النقطة  $\alpha$  يكون  
كذلك فاذا اوصلنا هذه النقطة بالنقطة  $m$  حدث المستقيم و ومن حيث  
ان الاثر الرأسى  $\alpha$  يخرج مدة الحركة من المستوى الرأسى لا يكون  
وضع الاثر الرأسى الجديد  $\alpha$  ج الوضع الحادث للنقطة  $\alpha$  ولذا رمزنا له  
برمز آخر

\* (الحالة الثالثة) \* ان يفرض ان المحور الرأسى هو  $\alpha$  كفاى (الشكل ٥٨)  
وان المستقيم الذى ليس معه فى مستوا واحد هو و فلا جل معرفة وضع  
المستقيم المذكور بعد دورانه حول المحور  $\alpha$  بقدر زاوية معلومة  $\alpha$  يكنى  
بالضرورة تعيين الوضعين الجديدين لنقطتين من نقط المستقيم المذكور كما هو معلوم  
ولنفرضهما عليه  $m$  و  $n$  فيرسمان مدة الدوران قوسى دائرتين  
 $\alpha$  و  $\beta$  فى مستويين عمودين على المحور وموازين بالضرورة للمستوى  
الافقى فتصير حينئذ النقطة  $m$  فى  $m'$  و  $n$  فى  $n'$  ولعدم رسم الزاوية  
 $\alpha$  بعد دوران النقطة  $m$  كما علم ذلك من (بند ٥٧) يمد نصف  
القطر المار من  $n$  الى  $r$  ويؤخذ قوس رسم  $m = m'$  ويرسم

المستقيم  $س أ$  فيقطع هذا المستقيم الدائرة  $ج$  في النقطة  $د$  ومن ذلك  
ينتج  $د$

وتختصر العمليات باخذ نقطتين مسقطاهما الافقيان على بعد واحد من  $أ$   
لان الدوائر التي ترسمها هاتان النقطتان متحدة المسقط الافقي فلو اخذنا مثلا  
النقطتين  $ا و م$  لاجرى على احدهما وهي  $م$  ما جرى عليها قبل  
في (نمرة ٥٧) ولايجاد النقطة  $أ$  نأخذ على الدائرة  $ج$  او  $ج$   
البعد  $ا ا = م م$

ثم انه يمكن انتخاب النقطتين بكيفية خاصة بواسطتها تحل المسئلة وهي ان ينزل  
من  $أ$  عمود  $ن$  على  $و$  يقطعه في النقطة  $ع$  التي هي المسقط الافقي  
لنقطة  $ع$  من نقط المستقيم  $و$  ثم نفرض ان جلة المستقيم  $و$  والمسقط  
الافقي  $و$  والرأسي  $ن$  تدور حول المحور بقدر الزاوية  $ا$  فيصير الرأسى  
في  $ن$  صانعا مع  $ن$  الزاوية  $ا$  ويبقى المستقيم  $و$  مدة الدوران عمودا  
على  $ن$  ومسقطا افقيا للمستقيم  $و$  في جميع اوضاعه كما في (الثامن  
بند ٥٦) فينشأ اذا مدينا  $و$  عمودا على  $ن$  او مماسا للدائرة  
 $ج$  يحدث معنا المسقط الافقي للمستقيم  $و$  بعد الدوران ونقطة اخرى  
 $ع$  من المسقط الرأسى فاذا علم اتجاه هذا المسقط او نقطة ثانية منه امكن رسمه  
ويمكن ايجاد النقطة  $أ$  بجعل النقطة  $ا$  في  $أ$  على  $و$  برسم قوس  
دائرة من  $أ$  معتبرة مركزا ومن المعلوم انه يمكن انتخاب اى نقطة  
غير النقطة  $ا$

ويمكن حل المسئلة التي الغرض منها دوران مستقيم حول محور عمود على

المستوى الرأسى بهذا الكيفية نعم ينبغي ان نجري على المستوى الرأسى العمليات  
التي اجريت على المستوى الافقى وبالعكس

(٦٠)\*

(المسئلة الخامسة عشر)\* اذا كان المطلوب دوران مستوي بقدر زاوية  
معلومة حول محور رأسى يقال

ان الوضع الجديد للمستوى المفروض يعلم اذا علم وضع المستقيمين الكائنين على  
المستوى المذكور والاحسن ان ينتخب من المستقيمان مستقيمان افقيان  
ويؤخذ الاثر الافقى للمستوى بدل احدهما لكونه لا يخرج مدة الحركة عن

المستوى الافقى فاذا انزلنا من النقطة  $أ$  كما في (الشكل ٥٩) عمودا  $ن$

على  $ق$  فانه يقابل الاثر المذكور في النقطة  $ع$  التي ترسم مدة الدوران  
دائرة  $ج$  يكون الاثر الافقى مماسا لها دائما وحيث ان المستقيم المذكور  
يصير في الوضع  $ن$  الصانع مع  $ن$  الزاوية المفروضة  $ا$  تكون  
النقطة  $ع$  في  $ع$  واذا اخذنا للدائرة  $ج$  مماسا في النقطة  $ع$  كان

هو الاثر الافقى  $ق$  للمستوى  $م$  بعد الدوران وانتسبت النقطة  $ب$  التي  
يقابل فيها الاثر المذكور خط الارض للاثر الرأسى الجديد للمستوى المذكور  
ثم نستعمل لاييجاد نقطة ثانية منه افقيا  $ط$  من المستوى  $م$  فيبقى مدة  
الدوران على بعد واحد من المستوى الافقى فيكون بالضرورة مسقطه الرأسى  
على خط واحد مواز لخط الارض  $خ$  ض دائما واما مسقطه الافقى فيبقى  
موازيا للاثر الافقى للمستوى فينتد  $ط$  يقطع المستقيم  $ن$  في النقطة  $ك$

المتقلة في  $ك$  على  $ن$  فاذا امرنا من هذه النقطة المستقيم  $ط$  موازيا

للاثر  $ق$  يكون هو المسقط الافقى للخط الافقى  $ط$  بعد الدوران  
كما في (ثالثا من بند ٥٦) وتكون النقطة  $ز$  التي يقطع فيها

$ط$  المستوى الرأسى النقطة الثانية المطلوبة من الاثر  $ر$  فاذا اوصلنا

بين  $\alpha$  و  $\beta$  نجد الاثر المذكور

وكان يمكن بدل انزال العمود  $\alpha$  على  $\beta$  ان نبحث عن الوضعين الجديدين  
لنقطتين حيث ما اتفق لكن يكون في العمليات تطويل ولو انتخبت النقطتان  
المذكورتان على بعد واحد من النقطة  $\alpha$  فقد اخذنا اقلياسا  $\beta$  وكان  
يمكن اختصار الشكل لو فرضنا الافقي المار بالنقطة التي يقابل فيها المحور  
المستوى  $\alpha$  فيكون مسقطه الافقي مارا بالنقطة  $\alpha$

فلو لم يقابل الاثر الافقي  $\beta$  خط الارض في حدود الرسم لما حدثت النقطة  
 $\beta$  من الاثر الرأسى فتجبر على استعمال مستقيم آخر يستحسن انتخابه اقلياسا  
ونبحث عن اثره الرأسى بعد الدوران فيحدث لنا نقطة من  $\alpha$  اذا وصلت بنقطة  
 $\beta$  يحدث لنا الاثر المطلوب

ويمكن ان نحل المسئلة ايضا باخذ محور عمود على المستوى الرأسى ولا تستعمل  
في هذه الحالة الاراسيات المستوى

\*(٦١)\*

\*(المسئلة السادسة عشر)\* اذا كان المطلوب جعل مستقيم في وضع مواز  
لاحد مستويي المسقط يقال

انه يمكن كافي (الشكل ٦٠) بدل دوران المستقيم بقدر زاوية معلومة ان  
يطلب تدويره حتى يصير في وضع معين بالنسبة لمستويي المسقط فاذا اريد مثلا  
دوران المستقيم  $\alpha$  حول المحور الرأسى  $\beta$  حتى يصير موازيا للمستوى  
الرأسى يكون في هذا الوضع مسقطه الافقي موازيا لخط الارض انظر (الثامن  
بند ١٧) ويكفي حينئذ معرفة احدى نقطه ويسهل معرفة انه  
يجب ان يستعمل هنا الحال الاخير المقرر في (الثامن بند ٥٩) فنزل  
من النقطة  $\alpha$  عمودا على  $\beta$  يقابله في النقطة  $\gamma$  التي هي المسقط الافقي  
لنقطة  $\gamma$  من المستقيم  $\alpha$  فاذا تصورنا الآن الجملة المتحصلة من

المستقيم و ومن مسقطه الافقى و ومن الرأسى النازل من النقطة ع  
ومن المستقيم ن ودورها حول المحور ا لبقية المستقيمت الاربع على  
وضع متناسب فيكون و اما عمودا على ن او مماسا للدائرة المرسومة من  
معتبرة مركزا بالنصف قطر ن وموازيها في هذه الحالة الثانية لخط الارض  
خض ونصير النقطة ع في ع على ارتفاع واحد فوق المستوى الافقى  
وكذلك نصير النقطة ا في ا وبذلك يصير و المسقط الرأسى للمستقيم  
في حالة وضعه الجديد

وحيث ان نقط المستقيم ترسم اقواس دوائر اقلية يتضح انه ينتج من الشكل  
الزاوية ا المرسومة بالنصف قطر ن والتي تدور بقدرها اجزاء الشكل  
الباقية اذا وجدت خطوط اخرى تابعة لحركة المستقيم و

(٦٢)\*

واذا لم يعلم المحور ا من قبل ينتخب مارا بنقطة من المستقيم و لما في ذلك من  
اختصار الشكل واننبه على اننا مجبورون في جعل المستقيم و موازيا  
للمستوى الرأسى على انتخاب المحور رأسيا ومن المعلوم ان المسئلة تنحل في هذه  
الحالة كما ذكرنا واما لو كان المحور عمودا على المستوى الرأسى لرسمت جميع نقط  
المستقيم و دوائر موازية للمستوى الرأسى وكان لها بالضرورة بعد واحد  
عن المستوى المذكور فلا تكون جميع نقط و بعد الدوران على بعد واحد  
عن المستوى الرأسى ولا يكون المستقيم المذكور موازيا لهذا المستوى بالضرورة  
ولا يمكن بما ذكر جعل المستقيم و في وضع مواز للمستوى الافقى الا بحركة  
دوران حول محور عمود على المستوى الرأسى

(٦٣)\*

(المسئلة السابعة عشر) \* اذا كان المطلوب جعل مستقيم في وضع عمود على  
احد مستويي المسقط يقال

متى كان مستقيم عمودا على احد مستويي المسقط كما في (الشكل ٦١) يكون

بالضرورة موازيا للاخر حينئذ يلزم لجعل مستقيم موازيا للمستوى الرأسى ان يدور ذلك المستقيم حول محور رأسى كافى ( بند ٦٢ ) لكن جميع نقط المستقيم مدة هذه الحركة تبقى على بعد واحد من المحور فلا يمكن ان يوازيه بالضرورة اصلا وذلك لان كل مستقيم دائر حول محور عمود على المستوى الرأسى لا يمكن ان يكون موازيا له ان لم يكن كذلك قبل الدوران فيستحيل حينئذ جعل مستقيم رأسيا لدورانه بحركة بسيطة جدا حول محور واحد لكن باول حركة حول محور رأسى ١ يجعل المستقيم و فى وضع كوضع و مواز للمستوى الرأسى كافى ( بند ٦١ ) ثم يجعل هذا المستقيم ثانيا حركة دوران حول المحور ب العمود على المستوى الرأسى فى وضع رأسى كوضع و لان المسقط و يشغل مدة الدوران الثانى جميع الاوضاع المماسية للدائرة ج فلا بد ان يبقى فى وقت من اوقات الحركة برهة صغيرة عمودا على خ ض فيكون المستقيم و حينئذ رأسيا كافى ( خامسا من بند ١٧ ) ولاجل جعل المستقيم المفروض فى وضع عمود على المستوى الرأسى يلزم ان يجعل اول موازيا للمستوى الافقى بتدويره حول محور عمود على المستوى الرأسى وان يجعل فى الوضع المطلوب بحركة دوران اخرى حول محور رأسى

تنبيه يمكن ان يتوصل من العملية زاويتان ١ و ٢ حادثتان من دوران المستقيم و حول المحورين فلو وجدت خطوط اخرى او نقط كذلك تابعة للمستقيم فى هذه الحركات للزم دورانها بمقادير زوايا متساوية

\*( ٦٤ )\*

\*( المسئلة الثامنة عشر ) اذا كان المطلوب جعل مستويا فى وضع عمودا على احد مستويي المسقط يقال

لفرض كافى ( الشكل ٦٢ ) ان المستوى هو م وان المحور الرأسى هو ١ وان المطلوب دوران المستوى م حول المحور ١ حتى يصير عمودا على



المستوى الرأسى فيكون اثره الافقى فى وضعه الجديد عمودا على  $XZ$  ولو  
 ازلنا من النقطة  $A$  عمودا كالعمود  $N$  على  $Q$  وقابله فى النقطة  $R$   
 رسمت هذه النقطة دائرة  $KK$  دائرة  $J$  يمسها دائما الاثر الافقى  
 للمستوى ويصير العمود  $N$  موازيا  $XZ$  اما فى  $N$  واما فى  $N$   
 بحسب كون الدوران من اليمين الى اليسار او بالعكس ثم اذا رسمنا  
 مماسا للدائرة  $J$  عمودا على  $XZ$  نجد  $Q$  او  $Q$  ولايجاد الاثر  
 الرأسى ننبه على ان المحور  $A$  يقطع المستوى  $M$  فى نقطة غير متغيرة مدة  
 الدوران ومسقطها الرأسى على الاثر الرأسى الجديد للمستوى  $KK$  كما فى  
 (ثانيا من بند ٥٦) فاذا رسمنا افقيا كلافقى  $P$  للمستوى  $M$   
 مقابلا للمحور فى النقطة  $M$  تكون النقطة  $M$  احدى نقط الاثر الرأسى  
 المطلوب ونقطة  $E$  او  $E$  التى يقابل فيها الاثر الافقى خط الارض  $XZ$   
 نقطة ثانية له وبذلك يتعين الاثر  $R$  او  $R$   
 ولواريد جعل المستوى عمودا على المستوى الافقى للزم تدويره حول محور عمود  
 على المستوى الرأسى

\*(المسئلة التاسعة عشر)\* اذا كان المطلوب جعل مستوي وضع عمود  
 على خط الارض يقال

ان المستوى فى وضعه الجديد عمودا على مستوي المسقط معا كما فى (الشكل ٦٣)  
 وحيث شوهده انه لم يمكن جعله عمودا على المستوى الافقى بحركة دوران  
 حول المحور الرأسى كما تقدم لنا ذلك فى (بند ٦٤) لا يمكن حل مسئلتنا  
 هذه الا بتدويرين احدهما حول المحور الرأسى  $A$  لجعل المستوى  $M$   
 فى وضع كوضع  $M$  عمودا على المستوى الرأسى للمسقط فقط والاخر حول  
 محور كالمحور  $B$  عمودا على المستوى الرأسى للمسقط لجعل المستوى

م في الوضع م اى الوضع العمودى على المستوى الافقى وحيث ان وضع  
المستوى م بالنسبة للمستوى الرأسى للمسقط لا يتغير في التدوير الثانى  
كافى ( الثامن بند ٥٦ ) يكون المستوى م عمودا على مستويي  
المسقط معا فيكون عمودا بالضرورة على خط الارض ويختصر الشكل  
بامرار المحورين بالنقطة م التى هى احدى نقط المستوى المعلوم م

(٦٦)\*

(المسئلة العشرون)\* اذا كان المطلوب جعل مستوي وضع مواز لخط  
الارض يقال

يمكن كافى (الشكل ٦٤) حل المسئلة بتدوير المستوى م حول المحور  
الرأسى ا حتى يصير اثره الافقى موازيا لخط انظر (ثامنا من بند ٣٣)  
ثم لايجاد الاثر الرأسى الذى يجب ان يكون موازيا ايضا لخط لا يصح  
ان يستعمل افقى من افقيات المستوى كما هو معلوم لان المستقيم يصير بعد  
الدوران موازيا لخط ولا يقابل بالضرورة المستوى الرأسى لكن يبحث  
عن النقطة م التى هى تقابل المحور ا بالمستوى م وهذه النقطة ثابتة فاذا  
امررنا منها فى المستوى م المستقيم و الذى لم يرسم فى الشكل غير مسقطه  
الافقى و فلا بد وان يستمر مارا بالنقطة م نفسها يصير اثره الافقى ا  
فى النقطة ا كما يصير المستقيم و فى الوضع و الذى فيه اثره الرأسى هو  
النقطة ب فحينئذ اذا امررنا من هذه النقطة موازيا للخط لخط كان هو  
الاثر المطلوب ر

ومن المعلوم انه يصح ان يستعمل بدل الاثر ا نقطة اخرى من المستقيم و

(٦٧)\*

(المسئلة الحادية والعشرون)\* اذا كان المطلوب جعل مستوي وضع  
موازا لحد مستويي المسقط يقال

ان المستوى الموازى للمستوى الرأسى يكون ايضا عمودا على المستوى  
الافقى واثره الافقى موازيا لخط الارض فيلزم اولا جعل المستوى المفروض م

عمود على المستوى الافقى بحركة دوران حول محور عمود على المستوى  
الرأسى كما فى ( بند ٦٤ ) ثم يجعل بحركة دوران ثانية حول محور رأسى  
موازي للمستوى الرأسى

ولجعل مستوي وضع مواز للمستوى الافقى يجعل اولا عمود على المستوى  
الرأسى بحركة دوران حول محور رأسى ثم يجعل بحركة دوران اخرى حول محور  
عمود على المستوى الرأسى موازيا للمستوى الافقى

\*(٦٨)\*

ويمكن بحركات دوران كالحركات السابقة جعل اى مستوي وضع به يكون  
اثره الافقى مثلا موازيا للمستقيم معلوم فى المستوى الافقى كما يصح تعيين  
حد الحركة اللازم اجراؤها على المستوى المذكور

\*(٦٩)\*

ويمكن حل جميع المسائل الهندسية الوصفية بواسطة تغييرات مستوي المسقط  
وبحركات دوران حول محور عمود على احد مستويي المسقط وهذا فى الحقيقة يرجع  
للتغييرات وذلك لان تغيير المستوى الرأسى للمسقط مثلا يرجع بالضرورة لدوران  
المستوى الرأسى القديم حول محور رأسى حتى يصير فى الوضع الجديد المطلوب  
وضعه فيه غاية ما فيه ان الفرق بين هاتين الطريقتين الاصليتين ان الذى يدور فى  
الاولى حول محور عمود على المستوى الاخر ليصير فى وضع لائق بالنسبة للشكل  
المراد اسقاطه هو احد مستويي المسقط وان الذى يدور فى الثانية حول محور  
كالاول ليصير فى وضع لائق بالنسبة لمستويي المسقط هو الشكل نفسه ومن هنا  
ينتج ان المسائل تنحل غالباً بتغييرات مستويي المسقط او بحركات دوران او بهما  
معاً ومع ذلك فيشاهد ان فى استعمال احدهما دون الاخرى اختصار او سهولة  
فى بعض الاحيان ومنذ كرمسائل لا يمكن حلها الا باحدى هذه الطرق  
ويشاهد مما سبق ان الاختصار فى جعل مستوي وضع مواز لخط الارض  
تغيير المستوى لا حركة الدوران لانها تستلزم استعمال مستقيم  
لا حاجة له فى الاولى لكن يختار استعمال حركة الدوران عن استعمال تغيير

مستوي المسقط عند انتخاب المحاور انتخاباً مستحسنًا لجعل مستوي وضع  
عمود على خط الأرض فالمسئلة المقررة في (بند ٦٨) لا يمكن حلها  
بتغييرات المستوى بالضرورة

\*(٧٠)\*

وقد يضطر غالباً في المسائل العملية الى دوران شكل حول محور ليس عموداً  
على احد مستويي المسقط لكنه في العادة مواز لاحدهما والغالب ان يكون  
في احد هذين المستويين وتحل هذه المسائل ايضاً بتغييرات المستويات  
وبحركات الدوران حول المحاور العمودية على احد مستويي المسقط

\*(٧١)\*

\*(المسئلة الثانية والعشرون)\* اذا كان المراد تدوير نقطة او مستقيم بمقدار  
زاوية معلومة حول محور مواز لاحد مستويي المسقط يقال  
ليفرض ان  $\alpha$  مثلاً محوراً في مائل بالنسبة للمستوى الرأسى  $\kappa$  كما في  
(الشكل ٦٥) وان المراد تدوير النقطة  $m$  او المستقيم  $\omega$  بمقدار زاوية  
معلومة  $\alpha$  حول المحور المذكور فترسم النقطة  $m$  وجميع نقط  
المستقيم  $\omega$  اقواس دائرة كلها في مستويات عمودية على المحور  $\alpha$  فتكون  
بالضرورة رأسية وتنسقط انقاطاً رأسياً بدوائر مساوية لها اذا كان المستوى  
الرأسى للمستقيم عموداً على المحور  $\alpha$  ولذا يغير او لا المستوى الرأسى ويختار آخر  
عمود على  $\alpha$  فيؤل الحال الى تدوير النقطة  $m$  والمستقيم  $\omega$  حول محور  
عمود على المستوى الرأسى للمسقط وقد تقدم لنا في (بندى ٥٨ و ٥٩)  
كيفية ايجاد مسقطى النقطة  $m$  والمستقيم  $\omega$  على المستويين اللذين  
يتقاطعان في  $\chi$   $\kappa$  يمكن يلزم نسبة النقطة والمستقيم الى مستويي  
المسقط القديمين فيكفي لذلك ان تنزل من النقطة  $m$  عموداً على  $\chi$  وان تأخذ

$$وم = وم' و م' = م''$$

فيحدث المسقط الرأسى لنقطة ثانية من المستقيم  $\omega$  وبهذا يتعين المستقيم

نعينها كلياً وكذلك النقطة م

\*(٧٢)\*

ثم ان الجزء الاول من المسئلة مبني على جعل المحور  $A$  عموداً على احد مستويي المسقط ومن المعلوم انه كان يمكن الوصول لذلك بحركة دوران حول محور رأسي كافي (بند ٦٣) لكن ما تبعناه من العمليات سهل جداً كما لا يخفى ذلك لتوصيلها للمطلوب بلا واسطة

اذا اريد تدوير النقطة او المستقيم حول محور مواز للمستوى الرأسي يتنبه الى ان الدوائر الحادثة من دوران كل نقطة اعمدة على هذا المحور فتكون بالضرورة اعمدة على المستوى الرأسي وبهذا يتوصل اولاً الى جعل هذا المحور رأسياً بأخذ مستواً افقي جديديكون عموداً عليه لان هذه الدوائر تنسقط كلها على هذا المستوى الجديد بدوائر مثلها

\*(٧٣)\*

\*(المسئلة الثالثة والعشرون)\* اذا كان المطلوب تدوير مستوي بقدر زاوية

معلومة حول محور مواز لاحد مستويي المسقط يقال

ليفرض كافي (الشكل ٦٦) ان المحور  $A$  مواز للمستوى الرأسي ومائل بالنسبة للمستوى الافقي ثم يبحث عن ايجاد اثرى المستوى  $M$  بعد دورانه حول المحور  $A$  بمقدار زاوية معلومة بجميع نقط المستوى  $M$  ترسم مدة الحركة اقواس دوائر كائنة في مستويات اعمدة على المحور وتنسقط كلها بدوائر مثلها اذا كان المستوى الافقي عموداً على  $A$  ولذا نغير اولاً المستوى الافقي ونجعله عموداً على  $A$  ولا بد ان يكون حينئذ خط الارض  $خ ص$  عموداً على  $A$  وان يكون المسقط الافقي للمحور  $A$  نفس النقطة  $أ$  متباعدة عن  $خ ص$  بمقدار مساو لبعده  $أ$  عن  $خ ص$  ولايجاد  $ق$  نمد  $ر$  حتى يتلاقى مع  $خ ص$  في النقطة  $و$  ثم نعين نقطة ثانية كالنقطة  $ر$  بواسطة الرأسي  $ط$  للمستوى  $M$  فاذا انزلنا من  $A$  عموداً  $اع$

على ق<sup>١</sup> ورسمنا قوس دائرة مركزها أ ونصف قطرها هو أ ع<sup>٢</sup>  
ورسمنا أ ع<sup>٣</sup> بحيث يصنع مع أ ع<sup>٤</sup> الزاوية المقروضة ١ ثم رسمنا من ع<sup>٥</sup> مماسا  
لقوس الدائرة المرسومة نجد الاثر الافقي ق<sup>٦</sup> للمستوى في وضعه الجديد ومن  
ذلك يستخرج الاثر الرأسى ر<sup>٧</sup> بواسطة افقى ب للمستوى تعلم منه  
النقطة ج<sup>٨</sup> فيتحصل معنا الاثر الافقى ق<sup>٩</sup> للمستوى م<sup>١٠</sup> على المستوى  
القديم بم د ر<sup>١١</sup> الى خ<sup>١٢</sup> ان امكن ذلك ثم نعين نقطة اخرى كالنقطة د<sup>١٣</sup>  
بواسطة الرأسى ه<sup>١٤</sup> للمستوى م<sup>١٥</sup>  
ولادوران المستوى حول محور مواز للمستوى الافقى يلزم اولا ان يؤخذ مستو  
جديد رأسى عمودا على هذا المحور ويمكن بدل التحديد بالزاوية ان يجعل المستقيم  
او المستوى في وضع معين

\*(٧٤)\*

\*(المسئلة الرابعة والعشرون)\* اذا كان المطلوب تدوير نقطة او مستقيم  
بقدر زاوية معلومة حول محور ما يقال

ليكن المحور أ كفى (الشكل ٦٧) معلوما بمسقطيه أ<sup>١</sup> و أ<sup>٢</sup> والنقطة  
م معلومة بمسقطيها ايضا م<sup>٣</sup> و م<sup>٤</sup> والمستقيم و معلوما ايضا بمسقطيه  
و<sup>٥</sup> و و<sup>٦</sup> فيلزم ايجاد مسقطي المستقيم اللذين هما و<sup>٧</sup> و و<sup>٨</sup> للمستقيم و  
والمسطين م<sup>٩</sup> و م<sup>١٠</sup> للنقطة م بعد تدوير و م بمقدار الزاوية ١ حول  
المحور أ ففى مدة الدوران ترسم النقطة م وجميع نقط المستقيم و  
اقواس دائرة كائنة فى مستويات اعمدة على المحور أ تنسقط بدوائر  
متساوية اذا كان المحور أ عمودا على احد مستويي المسقط فيلزم حينئذ  
جعله فى هذا الوضع بانتخاب مستو جديد للمسقط عمودا على أ لكن لا يصير  
المستوى المذكور عمودا على مستو من المستويين المنسوب اليهما الشكل

الآن فيضطر الى تغيير المستوى مرتين بان نأخذ  
 \* (اولا) \* مستويا رأسيًا جديدًا موازيًا للمحور  $\alpha$  ولأجل السهولة  
 والاختصار في ذلك ينتخب المستوى المسقط اقصيا لهذا المحور وبذلك يكون خط  
 الارض الحديد هو المسقط  $\alpha$  وحيث ان المساقط الافقية  $\alpha$  و  $\alpha'$  و  $\alpha''$   
 لا تتغير تكون المساقط الرأسية الجديدة  $\alpha'$  و  $\alpha''$  على المستوى الرأسى الحديد  
 انظر (بندى ٤٤ و ٤٦) وبذلك يؤل الحال الى تدوير النقطة  $\alpha$  والمستقيم  
 و حول المحور  $\alpha$  الموازى لاحد مستويي المسقط اى الى المسئلة المتقدم  
 حلها في (بند ٧١) ثم يغير الآن المستوى الافقى بان يجعل  $\alpha'$  عمودا  
 على المحور  $\alpha$  فيكون مسقط المحور الافقى نفس النقطة  $\alpha$  وحيث ان  
 المسقطين الرأسين  $\alpha'$  و  $\alpha''$  لا يتغيران يكون المسقطان الافقيان  
 عيني  $\alpha$  و  $\alpha'$  ثم لتدوير  $\alpha$  والمستقيم و حول المحور  $\alpha$  الذى  
 هو الآن عمود على المستوى الافقى يلزم ان يوصل بين  $\alpha$  و  $\alpha'$  ويجعل هذا  
 المستقيم نصف قطر ترسم به دائرة تقطع  $\alpha$  في نقطة ثانية  $\alpha''$  ثم تصنع الزاوية  
 $\alpha$  بواسطة المستقيم  $\alpha'$  فيتحصل نقطة  $\alpha''$  ويجعل  $\alpha'' =$   
 $\alpha'$  يتحصل معنا نقطة ثانية من  $\alpha$  ويكون المسقطين  $\alpha'$  و  $\alpha''$   
 يوجدان على خطين موازيين لخط الارض  $\alpha'$  و  $\alpha''$  وما رين بالمسقطين  
 $\alpha$  و  $\alpha''$  يتحصل معنا  $\alpha'$  فيلزم الآن تغيير المستوى الافقى وانتخاب  
 $\alpha'$  خطا ارضيا بشرط ان يؤخذ  $\alpha'$  خلف هذا الخط و  $\alpha''$   
 امامه كوضعي  $\alpha$  و  $\alpha''$  بالنسبة الى  $\alpha'$  انظر (بند ٤٣)  
 ومن هذا ينتج  $\alpha'$  ومنه ينتج  $\alpha''$  انظر (بند ٤٦)



\*(المسئلة الخامسة والعشرون)\* اذا كان المطلوب تدوير مستو بقدر زاوية معلومة حول محور ما يقال

ليفرض كما في (الشكل ٦٨) ان المحور  $A$  معلوم بمسقطيه  $A^u$  و  $A^v$  وان المستوى  $M$  معلوم ايضا باثريه  $Q^u$  و  $Q^v$  والمطلوب تدوير المستوى  $M$  بقدر زاوية معلومة  $I$  حول المحور  $A$  ففي مدة الدوران ترسم جميع نقط المستوى  $M$  اقواس دائرة في مستويات اعمدة على  $A$  وبذلك لا تكون موازية لاحد مستويي المسقط ولا اعمدة عليه فقد آل الامر اولا الى تغيير المستوى الرأسى كما في المسئلة المتقدمة فينفذ يؤخذ المستوى الجديد موازيا للمحور او مارا بالمحور نفسه وهو اخصر فينطبق خط الارض  $X^u$  على  $A^u$  ثم لايجاد وضع المحور على هذا المستوى يبحث عن وضعى نقطتين من نقطه  $A$  و  $M$  فيتحصل المحور  $A$  وحيث ان الاثر  $Q^u$  لا يتغير يعين الاثر الرأسى  $Q^v$  باقى  $B$  من المستوى ثم يغير المستوى الافقى بانتخابه عمودا على المحور فيكون خط الارض  $X^u$  عمودا على  $A$  والمسقط الافقى للمحور هو عين  $A^u$  فلا يتغير الاثر الرأسى  $Q^v$  ويتحصل الاثر الافقى  $Q^u$  بواسطة الرأسى  $P$  للمستوى ثم يلزم تدوير المستوى  $M$  المعلوم باثريه  $Q^u$  و  $Q^v$  حول المحور  $A$  الذى هو الان عمودا على المستوى الافقى للمسقط بان تنزل  $A^u$  عمودا على  $Q^u$  وترسم الزاوية  $I$  ثم ترسم قوس دائرة يجعل  $A^u$  مركزا فيتحصل معنا النقطة  $E$  وباخذ  $Q^u$  مماسا في هذه النقطة للدائرة  $J$  يحدث الاثر الافقى للمستوى في وضعه الجديد ويقابل الاثر الرأسى  $Q^v$  المحور في نقطة  $H$  ثابتة مدة الدوران ومناسبة بالضرورة الى الاثر

الرأسي  $R$  أيضا ثم نغير  $R$  إلى المستوى الأفقي بأن نأخذ  $X$  خطا أرضيا  
فيتعين الاثر الأفقي  $Q$  بواسطة الرأس  $R$  ثم نغير أيضا المستوى الرأس  $R$  بأن  
نأخذ  $X$  خطا أرضيا فنجد الاثر الرأس  $R$  بواسطة أفقي  $S$

\*(٧٦)\*

إذا علم شكل مستوي الفراغ كان من المهم معرفة هيئته الحقيقية فيلزم لذلك جعل  
المستوى المحتوي على ذلك الشكل في وضع مواز لأحد مستويي المسقط انظر  
(أولاً من بند ٥٦) ويتوصل إلى ذلك بعمليتين مختلفتين هما  
\*(أولاً)\* أن يؤخذ مستوي جديد للمسقط مواز لمستوى الشكل المذكور  
أو يعتبر اختصاراً هذا المستوى عينه مستوياً جديلاً لا مستطلاً لكن إذا لم  
يكن هذا المستوى عموداً على أحد المستويين الأصليين يجب البدؤ بجعله في  
هذا الوضع الخاص

\*(وثانياً)\* أن يدور مستوى الشكل المذكور حول محور وينتخب محورا  
في العادة أحدهما وتسمى العملية حينئذ عملية الانطباق وحيث أن هذه الحركة  
حاصلة حول محور مواز لأحد مستويي المسقط احتيج في ذلك إلى عمليتين  
انظر (بند ٧٣) فيتحصل من ذلك أنه إذا أريد إيجاد هيئة الشكل الحقيقية  
لاى شكل كائن في مستوياً وجب إجراء عمليتين الغرض من أولاهما جعل  
مستوى الشكل ككل عموداً على أحد مستويي المسقط ومن الثانية جعله  
منطباقاً على المستوى الآخر للمسقط أو جعله أقل ما هنالك موازياً له وكتاهاتين  
العمليتين يمكن إجراءهما إما بتغيير مستوى أو بحركة دوران ومن ذلك يتحصل أربع  
طرق لحل هذه المسألة هي

(أولاً) أن نتحل بتغيير المستويين

(وثانياً) بتغيير المستوى ثم حركة دوران

(وثالثاً) بحركة دوران ثم بتغيير المستوى

(ورابعاً) بحركتي دوران

ومن المعلوم ان هذه الطرق قد انحلت حلا كافيا في سلف ولنشرع الان في بيان  
تطبيقها على حل المسائل الاربعة الآتية التي توصلنا الى مسئلة العكس وهي  
ان يكون المعلوم وضع نقطة على المستوى المنطبق او المعتبر مستويا للمسقط  
والمطلوب معرفة مسقطها على مستويين معلومين عموديين على بعضهما

\*(المسئلة السادسة والعشرون)\* اذا اريد رسم مثلث متساوي الاضلاع  
على مستقيم معلوم يقال

ليفرض كافي (الشكل ٦٩) ان المستوى المراد اجراء العملية المطلوبة عليه  
م ومن المعلوم ان المستقيم ا - لا يكون معلوما الا بمسقطه الافقي  
ا - وبشرط وجوده في المستوى م حيث يتعين به مسقطه الرأسى

أ ب انظر (بند ٢٨) والاحسن ان يقال من حيث ان المستقيم  
محدود بالنقطتين ا و - يبحث عن مسقطى هاتين النقطتين الرأسين  
كافي (بند ٢٩) بان يستعمل لذلك اقليان من المستوى م اذا تقرر  
ذلك فلا يمكن اجراء العملية المطلوبة الا بعد جعل المستوى م منطبقا على  
احد مستويي المسقط ونستعمل في ذلك الطريقة الاولى انظر (بند ٧٦)

اعنى تغييرى المستويين وذلك بان يجعل المستوى م اقليلا للمسقط فيلزم  
ان ينتخب اول مستور رأسى جديد عمودا على المستوى م فيكون خط الارض

خ ض بالضرورة عمودا على ق انظر (رابعاً من بند ٣٣) ولاجل  
ايجاد ر يستعمل اقليان قد رسما لايجاد ا و - ثم يجعل المستوى

م مستويا اقليلا للمسقط فيصير تقاطعه بالمستوى الرأسى اى ر خط  
الارض الجديد خ ض ويكون المسقطان الاقليان للنقطتين ا و -  
هما عنينهما وايجادهما يكون بالطرق المعلومه في (بند ٤٥)

وبعد ايجاد المستقيم ا - يرسم المثلث المتساوي الاضلاع المطلوب ولعرفة

مسقطى هذا المثلث على مستويي المسقط الاصلين ينبغي ان يتجه الى انه لم يبق  
علينا بعد معرفة مساقط رأسي المثلث  $\alpha$  و  $\beta$  - الامعرفة مسقطى الرأس  
ج ويتوصل اليهما بتغيير المستويين على عكس ما سبق اعني ان ينتقل  
من المستويين المتقاطعين في  $\chi$  الى المتقاطعين في  $\chi'$  بتغيير  
المستوى الافقى للمسقط ثم ينتقل من هذا الى الاصلين المتقاطعين في  $\chi$  ب  
تغيير مستوى المسقط الرأسي

فلو اعتبرنا المستوى م مستويا رأسيًا لكان الالبق تعيين  $\alpha$  و  $\beta$   
برأسين من المستوى م يتعان فيما بعد لايجاد الاثر  $\chi$  على مستوى  
المسقط الجديد الافقى العمود على المستوى م الذي كان يلزم اعتباره قبل  
اعتبار المستوى م مستويا رأسيًا للمسقط

\*(٧٨)\*

\*(المسئلة السابعة والعشرون)\* اذا ارد ان يرسم على قاعدة معلومة الطول

ا - مناظرة للضلع ا - مثلث ا - ج مكافئ للمثلث معلوم

ا - ج ورأسه في ج على مستقيم معلوم الوضع يفرض

ان المستوى  $\chi$  كما في (الشكل ٧٠) المراد اجراء جميع العمليات عليه  
م ومن حيث ان كلا من المستقيمين ا - و والكائنين على المستوى  
م لا يعلم الا بمسقط واحد يستخرج المسقط الاخر بمقتضى (بند ٢٨)  
وحيث انه لا يمكن اجراء عمليات المسئلة الا بعد جعل المستوى م منطبقا  
على احد مستويي المسقط يفرض ان المطلوب انطباقه على المستوى الافقى  
وتستعمل في ذلك الطريقة الثانية المقررة في (بند ٧٦) وهي تغيير مستوي  
ثم حركة دوران

ويلزم لاجل انطباق المستوى م على المستوى الافقى تدويره حول  $\chi$   
معتبر المحور لكن من حيث ان هذا المحور افقى يجب ان يجعل اولا عمودا على

المستوى الرأسى انظر (بند ٧٣) بان يغير المستوى الرأسى للمسقط فيؤخذ  
 خَصَّ عمودا على ق<sup>١</sup> ويبحث عن ر<sup>١</sup> الذى لابد وان يحتوى على  
 أ<sup>١</sup> و س<sup>١</sup> و و معا كما فى (ثانيا من بند ٥٦) وبعد انطباق المستوى  
 م على المستوى الافقى ينبه على ان النقطة ا مثلا ترسم قوس دائرة ج  
 موازية لمستوى المسقط الرأسى القاطع لمستوى المسقط الافقى فى خَصَّ ومن  
 حيث ان هذه النقطة لابد وان تصير على المستوى الافقى يكون مسقطها الرأسى  
 حيثئذ على خط الارض فى أ<sup>٢</sup> فتكون النقطة نفسها بالضرورة فى أ<sup>١</sup>  
 وتتحصل ايضا النقطة الاخرى س<sup>١</sup> والمستقيم و ثم يرسم المثلث المطلوب  
 أ<sup>١</sup> س<sup>١</sup> ج على المستوى م المنطبق ثم لاجل معرفة مسقطى  
 هذا المثلث على مستويي المسقط الاصيلين ينبه على انه حيث ان الرأسين  
 ا و س معلومان وان الرأس الثالث موجود على المستقيم و لم يبق  
 علينا الا ان نزل من الرأس ج عمودا على ق<sup>١</sup> فيقطع ذلك العمود المسقط  
 و فى النقطة ج<sup>٢</sup> ومنه ينتج ج<sup>١</sup> وبإيصال مسقطى هذه النقطة ج<sup>١</sup>  
 بمساقط النقطتين ا و س يتحصل مسقطا المثلث المطلوب ا س ج  
 ولواريد انطباق المستوى م على المستوى الرأسى لكان يلزم اولا تغيير المستوى  
 الافقى يجعل خط الارض الجديد عمودا على ر<sup>١</sup> ثم تدوير المستوى م  
 حول هذا الاثر الرأسى وكانت العمليات مشابهة للمذكورة آنفا

(المسئلة الثامنة والعشرون)\* اذا اريد ان يرسم داخل محيط دائرة معلوم  
 منجس منتظم احدى رؤوسه منطبقة على نقطة معلومة يقال  
 ان محيط الدائرة كما فى (الشكل ٧١) يتعين بمركزه ونقطة من المحيط  
 اذا علم المستوى المحتوى عليه فاذا فرض ان المستوى المذكور هو م

وان المسططين الاقيين  $و$  و  $أ$  للمركز  $و$  وللنقطة  $ا$  معلومان  
يستنتج المسقطان الرأسيان انظر (بند ٢٩) بان يستعمل لذلك رأسيان  
 $و$  و  $أ$  للمستوى  $م$  ثم انه لا يمكن اجراء العمليات المطلوبة الا بعد انطباق  
المستوى  $م$  على احد مستويي المسقط ولاجل جعله في هذا الوضع تستعمل  
الطريقة الثالثة المقررة في (بند ٧٦) اعني حركة دوران ثم تغيير مستو  
فاذا اريد جعل المستوى  $م$  مستويا جديدا رأسيا للمسقط  $لزم$  جعله اولاً عموداً  
على المستوى الافقي بتدويره حول محور عمود على المستوى الرأسى انظر  
(بند ٦٤) الى ان يصير  $ر$  في وضع  $ر$  عمود على  $خ$   $ض$  وحيث ان المحور  
اختيارى يلزم ان يجعل ماراً  $ك$  كما هو الاخصر بنقطة تقاطع الاثني وهذا  
الاختبار يتعلق بضرورة بترتيب الشكل الخاص ثم لاجل ايجاد مساقط  
النقطتين  $و$  و  $ا$  بعد الدوران  $ي$   $م$   $ك$  استعمال رأسيين قد رسما ولكن  
يمكن ايضا تبديل هذين الرأسيين بخطين اعظم ميلا للمستوى  $م$  بان  
تصور مثلاً في المستوى  $م$  من النقطة  $و$  خطاً  $ط$  اعظم ميلاً بالنسبة  
للمستوى الرأسى فيكون مسقطه الرأسى عموداً نازلاً من  $و$  على  $ر$   
انظر (بند ٣٧) وقاطعاً  $ر$  في النقطة  $ع$  وهى الاثر الرأسى لهذا  
المستقيم الاعظم ميلاً فنصير النقطة  $ع$  في النقطة  $ع$  والمستقيم  $ط$  يبقى  
عموداً على  $ر$  وعلى طوله الاصلى كفى (ثالثاً من بند ٥٦) فيثبت  
اذا اخذنا  $ع$  و  $ع$  و  $ع$  عموداً على  $ر$  تكون النقطة  $و$  مسقط  
النقطة  $و$  الرأسى في وضعها الجديد ويبقى مسقطها الافقى على بعد واحد من  
 $خ$   $ض$  فيكون حيثئذ  $و$  على المسقط الافقى للرأسى  $و$  من المستوى  
 $م$  الذى سبق استعماله لايجاد  $و$  ويمكن بهذه الكيفية ايجاد المسططين

أ<sup>ق</sup> و أ<sup>ق</sup> أو ينه على ان النقط الثلاث ن<sup>ق</sup> و و<sup>ق</sup> و أ<sup>ق</sup> لا بد وان توجد على  
ق<sup>ق</sup> المعينة فيمأسلف بالمسقط الرأسى ن<sup>ق</sup> والمسقط الافقى و<sup>ق</sup> ومن هنا  
يستخرج و<sup>ق</sup> فيكون أ<sup>ق</sup> على قوس دائرة مرسوم من المركز ن<sup>ق</sup> بنصف  
قطر ن<sup>ق</sup> أ<sup>ق</sup>

وانجعل الآن المستوى م<sup>ق</sup> مستويا رأسيا للمسقط فيصير اثره الافقى ق<sup>ق</sup> خط  
الارض الجديد خ<sup>ق</sup> فيحدث المسقطان الرأسيان للنقطتين أ<sup>ق</sup> و و<sup>ق</sup>  
كافى (بند ٤٤) اللذان ليسا في الواقع الا النقطتين نفسيهما وباجراء العملية  
المعلومة وهى قسمة نصف القطر و<sup>ق</sup> أ<sup>ق</sup> فى النقطة ع<sup>ق</sup> الى جرتين اكبرهما  
وسط متناسب بين الخط بتمامه وجرته الاصغر فيكون أ<sup>ق</sup> ع<sup>ق</sup> ضلع المعشر  
فاذا زيد على هذا الضلع مثله بان جعل من أ<sup>ق</sup> الى ع<sup>ق</sup> يكون أ<sup>ق</sup> ع<sup>ق</sup>  
ضلع الخمس المطلوب وبعد رسم الخمس أ<sup>ق</sup> ع<sup>ق</sup> د<sup>ق</sup> يؤول الامر الى البحث  
عن ايجاد مسقطيه على مستوي المسقط الاصليين بعمليات عكس العمليات  
المتقدمة بان ننقل من مستوي المسقط المتقاطعين فى خ<sup>ق</sup> الى المتقاطعين فى  
خ<sup>ق</sup> ويكون ذلك بتغيير المستوى الرأسى ثم ندور المستوى م<sup>ق</sup> حول المحور  
أ<sup>ق</sup> فى جهة مخالفة لجهة الدوران المبين بسهم القوس بقدر زاوية مساوية  
للزاوية فى التى دارها المستوى فى العملية الاولى

فحيث ان النقطة ع<sup>ق</sup> مثلثا نسقط افسقاطا اقليبا فى ع<sup>ق</sup> على خ<sup>ق</sup>  
يكون حينئذ مسقطها الرأسى ع<sup>ق</sup> باخذ ع<sup>ق</sup> = ع<sup>ق</sup> على عمودنازل  
من ع<sup>ق</sup> على خ<sup>ق</sup> واذا جعل بعد ذلك المستوى م<sup>ق</sup> فى وضعه الاصلى  
م تحركت النقطة ع<sup>ق</sup> فتحرك موازيا للمستوى الرأسى للمسقط وصارت  
على الرأسى ب<sup>ق</sup> للمستوى م<sup>ق</sup> الذى يمر مسقطه الافقى ب<sup>ق</sup> بالنقطة ع<sup>ق</sup>  
بالضرورة وحينئذ يعلم ايضا ب<sup>ق</sup> اذا تقر ذلك وجب ان يكون المسقط الرأسى





ما كانت عليه من الارتفاع عن خط الارض خ ض وتوجد كلها على م وهذا  
 برهان على صحة العمليات ثم يدور المستوى م حول المحور ق لينطبق  
 على المستوى الافقي للمسقط وتصير المساقط الرأسية على خ ض في النقط  
 أ و س و ج و اما النقط نفسها أ و س و ج فتكون على  
 مستقيمت موازية لخط الارض خ ض ومارة من المساقط الافقية أ و  
 س و ج كل مستقيم من مسقط اذا تم ذلك نرسم المركز و والنصف قطر  
 و أ للدائرة المرسومة خارج المثلث أ س ج ونحصل مساقطها بدور  
 المستوى دورتين مساويتين للدورتين اللتين اجريتا قبل ذلك لكن الى جهة  
 عكس جهتهما فبذلك نصير اولا النقطة و في النقطة و بدورانها حول  
 ق ثم في و بدورانها حول المحور أ فيتحصل معنا المسقطان أ و س  
 و أ لنصف قطر الدائرة المذكورة  
 واذا اريد انطبق المستوى م على المستوى الرأسى بدويره حول اثر الرأسى  
 للزم اولا جعل هذا الاثر عمودا على المستوى الافقى بحركة دوران اولى حول محور  
 عمود على المستوى الرأسى

### \*(الباب الثالث)\*

مسائل في النقطة والمستقيم والمستوى  
 في المستقيمت والمستويات الاعمدة على بعضها

مسقط المستقيم العمود على مستوي يكونان عمودين على اثرى المستوى كل مسقط  
 على نظيره لانه اذا اخذ المستوى المسقط اقل المستقيم مستويا رأسيا للمسقط

انطبق خط الارض على  $\omega$  وصار الاثر  $ق$  عمودا عليه  $\llcorner$  كما في  
 (رابعاً من بند ٣٣) وصار ايضا  $\omega$  و  $ر$  عمودين على بعضهما  
 ويمكن ايضا اثبات هذه الدعوى النظرية بسهولة بواسطة حركة دوران لانه بتدوير  
 جملة الشكل حول محور رأسي الى ان يصير المستوى  $م$  عمودا على المستوى  
 الرأسى يكون حينئذ المستقيم  $\omega$  موازياً لهذا المستوى فعلى ذلك يكون  
 $\omega$  موازياً لخط الارض  $خ$   $\omega$  والاثر  $ق$  عمودا عليه فيئذ يكون  
 $\omega$  و  $ق$  عمودين على بعضهما وبتدوير جملة الشكل حول محور عمود  
 على المستوى الرأسى للمسقط الى ان يصير المستوى  $م$  عمودا على المستوى  
 الافقى للمسقط يثبت ان  $\omega$  و  $ر$  عمودان على بعضهما وبالجملة فمما لا يثبت  
 يرجع للاول انظر (بند ٦٨) ويسهل رسم الشكل المتعلق بذلك كما يسهل  
 رسم الاول

\* (المسئلة الاولى) \* اذا كان المطلوب امر ارسـتـقيم عمود على مستو معلوم  
 من نقطة معلومة  $ع$  يقال  
 انه يكفى ازالة عمودين من مسقطى النقطة المعلومة  $ع$  على اثرى المستوى  
 المعلوم لكن اذا لم يكن المستوى معلوماً باثريه وكان هذان الاثران خلف حدود  
 الرسم وجب اجراء العملية هكذا

بان يفرض ان المستوى المعلوم كما في (الشكل ٧٣) هو (ا ب)  
 فير خط ما افقى  $ج$  فى هذا المستوى فيكون مسقطه الرأسى  $ج$  موازياً  
 لخط الارض  $خ$   $ز$  وقاطعا  $ا$  و  $ب$  فى النقطتين  $ا$  و  $ب$  وهما  
 المسقطان الرأسيان للنقطتين  $ا$  و  $ب$  فيحصل منهما بدون واسطة المسقطان  
 الاقبيان ثم يحصل ايضا  $ج$  لكن  $ج$  مواز للاثر الافقى للمستوى فاذا

انزلنا من المسقط  $\Gamma$  عمودا على  $\Gamma$  يكون  $\Delta$  المسقط الافقي للعمود  
المطلوب واذا امرنا ايضا رأسيا  $\Gamma$  على المستوى (أ ب) حدث  
 $\Delta$  ثم اذا لم يكن لكل من الخطين الافقي والرأسي من المستوى مسقطان  
في حدود الرسم يجب تغيير مستويي المسقط بان يجعل اولا مثلاً المستوى  
الجديد الافقي المستوى المسقط رأسيا لاجل المستقيمين أ ثم ينتخب مستوي جديد  
رأسيا مارا بالمستقيم ب بحيث يكون المستقيمان أ و ب اثرين  
للمستوى المعلوم على مستويي المسقط الجديدين فينزل على هذين الاثرين  
حينئذ عمودين من المستقيمين الجديدين للنقطة المعلومه ثم ينقل من مسقطي  
هذه الرأسى على المستويين الجديدين الى مسقطيه على المستويين  
الاصليين

\*(المسألة الثانية)\* اذا كان المطلوب امرار مستوي وعمود على مستقيم معلوم  
و من نقطة معلومة م يقال

من النقطة م كافى (الشكل ٧٤) يمر الافقى  $\Gamma$  للمستوى المطلوب  
م فيكون مسقطه الافقى بالضرورة موازيا للاثر الافقى للمستوى حينئذ

يكون ذلك المسقط عمودا على  $\Gamma$  ويكون الاثر الرأسى أ للافقى  $\Gamma$   
نقطة من الاثر الرأسى للمستوى م ولا بد ان يكون الاثر الرأسى لهذا المستوى  
عمودا على  $\Gamma$  فاذا انزلنا من النقطة ع التى هى تقابل ذلك الاثر مع  
خ ض عمودا على  $\Gamma$  كان ذلك العمود هو الاثر المطلوب  $\Gamma$

فان لم يتقابل الاثر  $\Gamma$  بخط الارض خ ض فى حدود الرسم عيئت  
بلا واسطة نقطة من  $\Gamma$  بان يمر من النقطة م الرأسى ج للمستوى  
م وقد يكون اثرا هذين المستقيمين  $\Gamma$  و ج خارجين عن  
حدود الرسم فى هذه الحالة يلزم اولا ان ينسب الى اتهما يكفيان فى تعيين المستوى

المطلوب بدون حاجة لا يجاوز اثرهما لكن اذا اريد تحصيل جزئ اثرى المستوى  
الساكنين في حدود الرسم امكن بواسطة الافق ط والرأسى ج المارين  
من النقطة م تعيين جلة مستقيمتا اخر غير متناهية كائنة كلاهما  
في المستوى المطلوب بالتوصيل بين اى نقطتين من هذين المستقيمين احدهما  
يمكن ان تكون على بعد غير متناه

\*(٨٤)\*

\*(المسئلة الثالثة)\* اذا كان المطلوب امرار مستو عمود على مستو معلوم  
من مستقيم معلوم يقال  
ليفرض ان المستقيم المعلوم و والمستوى المعلوم م فاذا انزلنا من نقطة ما  
من نقط و عمودا ن على المستوى م لا يخرج عن المستوى المطلوب  
فيكون هذا المستوى معيناً بالمستقيمين و ن انظر (بند ٣١)  
فاذا كان المستقيم و نفسه عمودا على المستوى م لا يكون معنا المستقيم  
واحد ومن المعلوم ان كل مستو مار من مستقيم عمود على مستو آخر يكون عمودا  
على هذا المستوى فاذا اخذنا بدل المستقيم و نقطة لم يتغير العمل

\*(٨٥)\*

\*(المسئلة الرابعة)\* اذا كان المطلوب امرار مستقيم عمود على مستقيم معلوم  
من نقطة معلومة يقال  
اذا كانت النقطة المعلومة خارجة عن المستقيم المعلوم لا يمكن ان ينزل من مثل  
هذه النقطة الا عمود واحد على المستقيم ويمكن حل المسئلة بعدة طرق هي ان يقال  
(اولا) من حيث ان المستقيم المعلوم و والنقطة المعلومة م كافي (الشكل ٧٥)  
يعينان مستويا (و م) انظر (بند ٢٧) يمكن جعل ذلك المستوى احد  
مستويي المسقط او انطبقه على احد مستويي المسقط المتقاطعين في خض  
باستعمال احدى الطرق الاربعة المقررة في (بند ٧٦) ولنتخبط الثانية منها  
بفرض تطبيق المستوى (و م) على المستوى الافقى للمسقط ويلزم  
لذلك اولاً ان يؤخذ مستو جديد رأسي للمسقط عمود على المستوى (و م) بحيث

يكون  $\chi$  عمودا على الاثر الافقي لهذا المستوى بالضرورة ولا يلزم  
مع ذلك ايجاد هذا الاثر بل يكفي امر افقي ط للمستوى (و م)  
من النقطة م فيلزم حيث ان يمر ط من م ويكون موازيا للخط  $\chi$   
ويقابل و في النقطة - ومنها يستنتج - الذي يلزم ان يكون كائنا  
على و فاذا اوصلنا - بالمسقط م حدث المسقط ط الذي يجب ان يكون  
 $\chi$  عمودا عليه ولا جل الاختصار ينتخب المستوى الرأسى الجديد للمسقط  
مارا من النقطة م ومن حيث ان هذه النقطة والمستقيم و يوجدان  
على مستوي عمود على المستوى الجديد الرأسى للمسقط يوجد مسقطاهما  
الرأسيان م و و على مستقيم واحد ويجب ان يكون ايضا الاثر الرأسى ر  
للمستوى م او (و م) واما ق فيجب ان يكون عمودا على  $\chi$   
ويمكن ان يكون كائنا دائما في حدود الرسم بوضع خط الارض الجديد وضع الاتفا  
فاذا قدورنا بعد ذلك هذا المستوى حول ق انطبق المستقيم و والنقطة م  
على و و م اى كل على نظيره فاذا انزل من النقطة م العمود ن على  
المستقيم و قابل ذلك العمود و في النقطة ع و بارجاع هذه النقطة  
الى الوضع الاصلى للمستقيم و يحصل المستطمان ع و ع فاذا اوصلنا  
مساقط النقطتين م و ع بخطين مستقيمين كالمسقطى العمود المطلوب وكان  
يصح اعتبار ر خطا ارضيا جديدا واستعمال الطريقة الاولى المذكورة  
في (بند ٧٦) ويمكن ايضا استعمال احدى الطريقتين الاخرين لذلك  
تنبيه \* الطريقة التى سلكناها هنا سهلت الطرق المذكورة فى كتب هذا الفن  
لان الانسان قد يكون مجبورا فى هذه الطريقة الاخيرة على امرار مستقيم  
من النقطة م قاطع للمستقيم و او موازله كما يكون مجبورا ايضا على ايجاد  
اثرى المستوى المعين بهذين المستقيمين قبل اجراء الانطباق  
\*(ونائيا)\* من حيث ان المستقيم المطلوب ن يقطع المستقيم و فى النقطة

ع التي منها يمكن امرار مستقيم آخر  $\bar{N}$  عمود على المستقيم و المذكور  
 فيكون المستوى ( $\bar{N}$ ) عمود على  $\bar{O}$  ويقطعه في النقطة ع فهذا يتوصل  
 الى امرار مستو عمود على مستقيم  $\bar{O}$  من النقطة م كافي (بند ٨٣) والى  
 البحث عن نقطة تقابل هذا المستوى بالمستقيم  $\bar{O}$  فاذا اوصلنا نقطة التقابل  
 ع بالنقطة المعلومة م تحصل معنا المستقيم المطلوب لكن هذه الطريقة  
 المذكورة دائماً في الكتب منقردة تستدعي حل مسألة تتعلق بعدد مسائل سيأتي  
 حلها واما المسألة التي نحن بصدد حلها فهي محل حلها والحل الاول حينئذ هو  
 المناسب لها حقيقة ومزيتها ان يستنتج منه تطبيق جديد للاصول وهذا برهان  
 آخر على عمومية تلك الاصول

\*(٨٦)\*

\*(المسألة الخامسة)\* اذا كان معلوما مسقط افقي لمستقيم عمود على مستقيم  
 معلوم في نقطة معلومة والمطلوب ايجاد مسقطه الرأسى يقال  
 اذا كانت النقطة المعلومة كافي (الشكل ٧٦) على المستقيم المعلوم  
 اسكن في ممثلنا هذه امرار عدة اعمدة على هذا المستقيم غير محصورة  
 لكن يختار منها معرفة ما كان معلوم المسقط الافقى ولنفرض  
 حينئذ ان  $\bar{O}$  هو المستقيم المعلوم و  $\bar{N}$  المسقط الافقى المعلوم للخط  
 العمودى على المستقيم  $\bar{O}$  المأخوذ من النقطة م ومن حيث ان  
 المستقيم  $\bar{N}$  كائنا في المستوى م العمود على المستقيم  $\bar{O}$  في النقطة  
 م يتوصل بعد ايجاد اثرى هذا المستوى كما هو مبين في (بند ٨٣) الى  
 البحث عن المسقط الرأسى لمستقيم  $\bar{O}$  كائن في مستو ومعلوم المسقط الافقى  
 كافي (بند ٢٨)

\*(في تقاطع المستقيمت والمستويات)\*

\*(٨٧)\*

كل سطح يتولد على العموم من خط فراغى متحرك بطريقة معلومة وللسطح



عموما وجهان خارجي وداخلي ولا امتياز لاحدهما عن الآخر في هذا العلم لكن  
ينبغي تمييزا أحدهما عن الآخر فيما يتعلق بالصنایع

\* (٨٨) \*

كل سطحين مثل  $S$  و  $S'$  يتقاطعان في خط لا يمكن إيجاده دائما  
بمجرد تولدهما بل لابد مع ذلك من تعيينه نقطة فنقطة ولهذا تؤخذ نقطة  
سطوح متوالية مساعدة بقطع كل منها السطح المذكور  $S$  في خط كخط  $J$   
والسطح  $S'$  في خط كخط  $J'$  في تقاطع الخطان الكائنان على سطح واحد  
مساعدة  $H$  في نقطة  $M$  من التقاطع المطلوب للسطحين المذكورين  
 $S$  و  $S'$  وينبغي ان يختار في كل حالة السطح المساعد  $H$   
المذكور لطبيعته ووضع بحيث تحصل مساقط تقاطعيه مع السطحين المعلومين  
بطريقة اسهل من الطريقة التي تحصل بها مسقطا تقاطع هذين السطحين  
نفسهما فاذا كان السطحان  $S$  و  $S'$  مستويين فن المعلوم ان السطوح  
المساعدة كالسطح  $H$  تكون بالضرورة مستوية ايضا واختيار هذه  
المستويات المساعدة يكون اولا بكيفية ان آثارها تقاطع آثار المستويين  
المعلومين في حدود الرسم وثانيا ان تقاطعي المستوي المساعد مع المستويين  
المعلومين يتقاطعان في حدود الرسم

\* (٨٩) \*

\* (المسئلة السادسة) \* اذا كان المطلوب إيجاد تقاطع مستويين آثارهما  
متقاطعة في حدود الرسم يقال

من المعلوم ان النقطتين  $A$  و  $B$  اللتين هما نقطتا تقاطع آثار المستويين  
المعلومين كافي (الشكل ٧٧) نقطتان من تقاطع المستويين المذكورين وهما  
ايضا اثرهما انظر (بند ٢٨) وبهذا يسهل إيجاد مسقطي هذا المستقيم انظر

(بند ١٤)

\* (٩٠) \*

\* (المسئلة السابعة) \* اذا كان المطلوب ايجاد التقاطع  $\gamma$  للمستويين  $m$  و  $n$  اللذين اتراهما الاقبيان متوازيان يقال من المعلوم ان النقطة  $r$  التي هي نقطة تقاطع الاثرين الرئيسيين للمستويين  $\llcorner$  كما في (الشكل ٧٨) اترأسي لنقاط المستويين  $\gamma$  فير حينئذ  $\gamma$  بالمسقط  $\gamma$  ويقابل بالضرورة الاثرين  $q$  و  $q'$  في نقطة تقاطعهما اللانهائي ومن ثم يكون  $\gamma$  موازيا لهما ويمر كذلك المسقط  $\gamma$  ضرورة بالنقطة  $r$  ويقطع  $\gamma$  في نقطة لانهائية فيها النقطة  $a$  ومن هنا يكون موازيا له كما ان  $\gamma$  لما كان موازيا للاثر  $q$  يكون المستقيم  $\gamma$  اقليبا للمستوى  $m$  المشتمل عليه فينتز  $\llcorner$  يكون المسقط  $\gamma$  موازيا بالضرورة للخط  $\gamma$  ثم لا بد وان يكون خط التقاطع  $\gamma$  اقليبا بالاولى لانه لو لم يكن كذلك لقطع المستوى الافقي في نقطة  $a$  مشتركة بين  $q$  و  $q'$  فلا يكونان متوازيين وهذا خلف ويكون ايضا خط تقاطع المستويين المتوازيين الاثرين الرئيسيين موازيا للمستوى الرئيس

\* (٩١) \*

\* (المسئلة الثامنة) \* اذا كان المطلوب ايجاد تقاطع مستويين اتحد اثرا كل منهما وصارا مستقيما واحدا يقال حيث ان الاثرين  $a$  و  $b$  لهذا التقاطع كما في (الشكل ٧٩) متحدان في نقطة واحدة يكون التقاطع  $\gamma$  بالضرورة في مستوعود على  $\gamma$  وحينئذ يكون مسطاه عمودين على  $\gamma$  ويكون معلوما منه ايضا نقطتان هما  $a$  و  $b$  \* تنبيه يتحصل من المستقيم  $\gamma$  ومستويي المسقط زوايا متساوية لان هذا المستقيم يحدث مع مسقطيه مثلثا متساوي الساقين

\* (٩٢) \*

\* (المسئلة التاسعة) \* اذا كان المطلوب ايجاد التقاطع  $\gamma$  للمستويين  $m$  و  $n$  المتقاطعين اترهما الاقبيان خلف حدود الرسم يقال ان المستويين المتوازيين مقطوعان بثالث في مستقيمين متوازيين فلورسم كما في (الشكل ٨٠) مستوي  $s$  مواز للمستوي  $n$  لكان تقاطعه  $\gamma$  مع المستوي  $m$  موازيا للتقاطع  $\gamma$  للمستويين  $m$  و  $n$  لان النقطة  $s$  من هذا التقاطع معلومة فيلزم حينئذ اخذ خط مواز للمسقط  $\gamma$  من النقطة  $s$  واخر مواز للمسقط  $\gamma$  من النقطة  $s$  انظر (بند ٢٤)

\*(٩٣)\*

\* (المسئلة العاشرة) \* اذا كان المطلوب ايجاد التقاطع  $\gamma$  للمستويين  $m$  و  $n$  اللذين آثارهما الاربعة متقابلة في نقطة واحدة  $a$  من خط الارض يقال انه يجب كما في (الشكل ٨١) اختيار المستوي المساعد  $s$  بحيث تتقاطع  $s$  مع  $n$  و  $\gamma$  وكذلك  $s$  مع  $m$  و  $\gamma$  في زوايا قائمة تقريبا فالمستوي  $s$  المذكور يقطع المستويين  $m$  و  $n$  في مستقيمين  $a$  و  $b$  يتلاقيان في النقطة  $m$  من التقاطع المطلوب ومع ذلك فهذا التقاطع يمر من النقطة  $a$  بالضرورة فيتعين حينئذ تعيينا تاما بكل من هاتين النقطتين

\*(٩٤)\*

تنبيه يمكن حل هذه المسئلة بالمستوي المساعد ايا ما كان وضعه باعتبار هندسي في غالب اوضاع المستوي ولا يمكن حلها باعتبار رسمي لانه حيث كانت خطوط الشكل غير رياضية ينبغي رسمها بشرط ان يكون تقاطعها صحيحا مضبوطا لاشك فيه والا حسن في تمام هذا الشرط ان تصنع الخطوط المتقاطعة زاوية قريبة من الزاوية القائمة

\*(٩٥)\*

\* (المسئلة الحادية عشر) \* اذا كان المطلوب ايجاد التقاطع  $\gamma$  للمستويين

م و ك الموازين لخط الارض يقال  
 اذا اخذ المستوى المساعد عمودا على خط الارض خض كافي (الشكل ٨٢)  
 يصير بالضرورة مستويا جديدا راسيا عليه الاثران  $\overline{ر} و \overline{ك}$  وحيث ان  
 المستويين المذكورين م و ك عمودان على هذا المستوى الجديد  
 الرأسى يكون تقاطعهما عمودا عليه ايضا فينقط حيث هذا التقاطع  
 في  $\overline{ي}$  ويكون مسقطه الافقى  $\overline{ي}$  عمودا على  $\overline{خض}$  او موازيا  
 $\overline{خض}$  ومع ذلك فالمستقيم  $\overline{ي}$  يكون موازيا  $\overline{خض}$  وكأنا فوق المستوى  
 الافقى بارتفاع  $\overline{ج ي}$  فلو اخذ حيث  $\overline{وج} = \overline{ج ي}$  لحدث  
 نقطة من المسقط الثانى  $\overline{ي}$  الموازى بالضرورة ايضا للخط  $\overline{خض}$   
 وكان يمكن ايضا ان يعتبر المستوى المساعد مستويا جديدا افقيا  
 للمسقط ويبحث عن الاثرين  $\overline{ق} و \overline{ك}$

(المسئلة الثانية عشر)\* اذا كان المطلوب ايجاد التقاطع  $\overline{ي}$  للمستويين  
 م و ك اللذين لم يتقاطعا نارهما داخل حدود الرسم يقال  
 لحل هذه المسئلة عدة طرق هى  
 (اولا)\* ان يرسم كافي (الشكل ٨٣) المستوى  $\overline{ك}$  موازيا للمستوى  
 $\overline{ك}$  ويرسم تقاطعه  $\overline{ي}$  مع المستوى م ويفرض ان  $\overline{ر} و \overline{ك}$   
 ممتدان الى ان يتقاطعا فى النقطة  $\overline{ر}$  ويتوهم رأسى  $\overline{ر}$  فالمثلثان  
 م-ل و م-ل متشابهان وكذلك م- $\overline{ر}$  و م- $\overline{ق}$  وكذلك  
 م- $\overline{ا}$  و م- $\overline{ا}$  ومن ذلك يحدث هذه المناسبات

$\begin{matrix} \text{م}^- : \text{م}^- :: \text{م}^+ : \text{م}^+ \\ \text{م}^- : \text{م}^- :: \text{م}^+ : \text{م}^+ \end{matrix}$

وبحذف م<sup>-</sup> و م<sup>-</sup> من هذه التناسبات تكون هكذا

$\begin{matrix} \text{م}^+ : \text{م}^+ :: \text{م}^+ : \text{م}^+ \\ \text{م}^+ : \text{م}^+ :: \text{م}^+ : \text{م}^+ \end{matrix}$

وبواسطة الحدين الرابعين من هاتين التناسبتين تحدث النقطة  $\text{س}^+$  من المسقط  $\text{س}^+$  وكذلك النقطة  $\text{ا}^+$  من  $\text{س}^+$  وحيث ان التقاطع  $\text{س}^+$  مواز للتقاطع  $\text{س}^+$  يكون معلوما بالضرورة ويمكن ابدال الحدين الرابعين من هاتين التناسبتين بالمستويين الجديدين المساعدين كما تشاهد ذلك في الطرق الآتية

\* (وثانيا) \* ان يؤخذ مستويا مساعدا مثل  $\text{س}^+$  يقطع المستوى  $\text{م}^+$  في خط مستقيم  $\text{ا}^+$  والمستوى  $\text{ك}^+$  في مستقيم  $\text{ب}^+$  كما في (الشكل ٨٤) فيحسب ان هذين المستقيمين في المستوى  $\text{س}^+$  يلزم ان يتقاطعا في النقطة  $\text{م}^+$  من التقاطع  $\text{س}^+$  للمستويين  $\text{م}^+$  و  $\text{ك}^+$  وبأخذ مستويا آخر مساعدا مثل  $\text{ص}^+$  قاطعا للمستوى  $\text{م}^+$  في خط مستقيم  $\text{ج}^+$  والمستوى  $\text{ك}^+$  في مستقيم  $\text{د}^+$  توجد نقطة اخرى  $\text{د}^+$  من هذا التقاطع فتعين بهاتين النقطتين اما لكن يسهل معرفة ان استعمال المستويات المساعدة اياها كانت لا يفيد دائما تقاطعا من التقاطع  $\text{س}^+$  للمستويين  $\text{م}^+$  و  $\text{ك}^+$

\* (وثالثا) \* ان يؤخذ  $\text{ك}^+$  كما في (الشكل ٨٥) المستوى المساعد  $\text{س}^+$  موازيا للمستوى الافقي وقاطعا للمستويين  $\text{م}^+$  و  $\text{ك}^+$  في اقليتين  $\text{ا}^+$  و  $\text{ب}^+$  من هذين المستويين فيقابل هذان الاقليتان في النقطة  $\text{م}^+$  من التقاطع المطلوب فلو اخذ مستويا آخر مساعدا مثل  $\text{ص}^+$  موازيا للمستوى

الرأسي لقطع المستويين المذكورين م و ك في رأسين و و ه  
من هذين المستويين وهذان الرأسيان يتقابلان أيضا في النقطة د من  
التقاطع المذكورين وموصل النقطتين م و د يحدث التقاطع ي  
المطلوب للمستويين المعلومين م و ك

\* تنبيه \* اذا اخذ المستويان المساعدان س و ص ابعد ما يكون من خط  
الارض فالتقاطعات المساعدة تتقاطع في نقطة قريبة من خط الارض فينتج من  
ذلك انه لو كان النقطتان م و د الكائنتان في الشكل المتكلم عليه هنا  
خارج حدود الرسم لزم سلوك طريقة اخرى يأتي الكلام عليها في (بند ٩٧)

\* (ورابعا) \* ان ينتخب المستوي المساعد س موازيا لخط الارض كما  
هو ممكن ايضا وقاطعا للمستويين م و ك في مستقيمين ا و ا

يتقاطع مسقطاهما الاقبيان في النقطة ا من ي ك كما في  
(الشكل ٨٦) ولما كان مسقطاهما الرأسيان لا يتقاطعان الا خارج  
حدود الرسم لم يرسموا اذا اخذ مستوي آخر مساعد مثل س نتج عنه

تقاطعان جديدان ب و ب يحدث منهما نقطة اخرى ر من ي  
فيتعين حينئذ واذا انتخب ايضا مستويان جديدان مثل ص و ص  
اثرهما الاقبيان بعيدان كل البعد من خط الارض خ ض وكل منهما يقطع  
المستويين م و ك بان يقطعهما الاول الذي هو ص في المستقيمين  
و و والاخر في المستقيمين ه ه ه التي تتقاطع مساقطها الرأسية

داخل حدود الرسم حدث من ذلك نقطتان د و ه من المسقط الرأسي  
ي فيتعين بهما ومن هنا يحدث التقاطع ي للمستويين م و ك

\*(٩٧)\*

\* (المسئلة الثالثة عشر) \* اذا كان المطلوب ايجاد تقاطع مستويين اناهما  
نصنع مع خط الارض زوايا قريبة من القائمة يقال

ليكن كما في (الشكل ٨٧) هذان المستويان م و ك ويسهل في هذه الحالة معرفة ان استعمال المستويات المساعدة المتقدمة لا يؤدي الى حل المسئلة لان المستوى الموازي للمستوى الرأسى يقطع المستويين م و ك في رأسين لا يتقاطعان في حدود الرسم وهذا ناشئ من كون المستويين م و ك لا يتقاطعان الا بعد مسافة عظيمة الا ان جزء هذا التقاطع المجاور لاثره الافقى ينسقط انسقاطا رأسيا قريبا من خط الارض فاذا اخير مستوى مساعد ماز بجخط الارض خ ض و قليل الميل جدا على المستوى الافقى قطع المستويين م و ك في مستقيمين يقرب مسقطاهما الرأسيان من خط الارض ويتقاطعان بالضرورة في حدود الرسم ومن هنا يتحصل نقطة من المسقط الرأسى للتقاطع المطلوب وباجراء مثل هذه العملية مع مستوي جديد تنتج نقطة ثانية ايضا فيتم تعيين المسقط الرأسى بهما ويتعين المسقط الافقى بامر المستويين بجخط الارض هاتين مع المستوى الرأسى زاوية صغيرة جدا ولنجرى العمل على ما ذكره فنقول

يؤخذ اول مستوي مثل س معين بجخط الارض خ ض وبالنقطة س الموجودة قريبا من المستوى الافقى وبعيد اجدا عن المستوى الرأسى فيقطع المستويين م و ك في مستقيمين مارين بالضرورة من النقطتين ع و ك اللتين هما تقاطع المستويين المذكورين بجخط الارض خ ض ولايجاد نقطة اخرى لكل من هذين المستقيمين او التقاطعين يؤخذ مستوي آخر مساعد مثل م موازيا للمستوى الرأسى ومارا من النقطة س فيقطع بالضرورة المستوى س في مستقيم ا مواز لجخط الارض كما يقطع مستوي م و ك في رأسين ب و ج من هذين المستويين فيتقاطع المسقطان ا و ب في النقطة ا من المسقط الرأسى و لتقاطع المستويين م و س لان النقطة ا كائنة على كل من المستقيمين ا و ب من المستويين المذكورين وبمثل ذلك يتقاطع المستقيمان ا و ج في النقطة ر من



المسقط الرأسى هـ لتقاطع المستويين ك و س ومن حيث ان  
 المستقيمين و و هـ في مستوا واحد س فلا بد ان يتلاقيا في النقطة  
 م المعلوم مسقطها الرأسى م وهى من تقاطع المستويين م و ك  
 لان المستقيمين و و هـ من هذين المستويين ومن المعلوم ان هذا العمل  
 لا يتعين به نقطة مامن <sup>ن</sup> ولذا لم يرسم في الشكل المسقطان الاقيان  
 و و هـ لتقاطع المستويين م و ك مع المستوى س ويصح  
 ايجاد نقطة اخرى من <sup>ن</sup> بواسطة المستوى س المار من خط الارض  
 خ ض ومن النقطة س التي اختيرت متحدة المسقط الافقى مع النقطة س  
 المتقدمة لما في ذلك من كثير السهولة فيقطع المستوى ر المستوى المذكور  
 في المستقيم ا ومنه ينتج التقاطعان و و هـ للمستوى ر مع  
 المستويين المذكورين م و ك ثم ان هذان التقاطعان او المستقيمان  
 قد يعينان المسقط الرأسى م للنقطة م من التقاطع <sup>ن</sup> الذى تعين  
 بالكلية بهما ولاجل ايجاد المسقط الافقى يمر مستو ص من خ ض ومن  
 نقطة ص مختارة قريبة جدا من المستوى الرأسى وبعيدة جدا من المستوى  
 الافقى فيقطع المستويين م و ك في مستقيمين ح و ط يمكن  
 ايجادهما كما تقدم باخذ مستو ساعد ر موازيا للمستوى الافقى فالمسقطان  
 الاقيان ح و ط اللذان لم يرسم غيرهما هنا لان المسقطين الرأسيين  
 لا يتحصل منهما شئ كما هو معلوم يتقاطعان في النقطة <sup>ن</sup> التي هى مسقط افقى  
 للنقطة <sup>ن</sup> من التقاطع ويتحصل نقطة اخرى <sup>ن</sup> باستعمال مستو ص  
 مار من خط الارض خ ض ومن النقطة ص فيتم حينئذ تعيين التقاطع  
<sup>ن</sup> للمستويين م و ك

ويمكن التعرض أيضا في هذه المسئلة لعدة احوال أخرى سهل حلها بواسطة الطرق المستعملة في الامثلة السابقة فيمكن مثلا ايجاد تقاطع مستويين احدهما مواز لخط الارض والاخر اتراه متجدان في مستقيم واحد وهكذا الى آخره

\*(٩٩)\*

\*(المسئلة الرابعة عشر)\* اذا كان المطلوب ايجاد تقاطع مستويين معلوم كل واحد منهما باثره ونقطة منه يقال

ليكن كما في (الشكل ٨٨) هذان المستويان م و ك معلومين بالاثرين ق و ق<sup>ك</sup> والنقطتين ع و ك<sup>ك</sup> ولذلك عدة طرق هي  
\*(اولا)\* انه يمكن ان يرسم الاثران الرأسيان للمستويين المذكورين بامرار

مستقيم افقي للمستوى م من النقطة ع فيعلم منه نقطة من ر<sup>ك</sup> بامرار مستقيم افقي للمستوى ك من النقطة ك<sup>ك</sup> فينتج منه نقطة من

ك ويمكن امرار رأسيين للمستويين المذكورين من النقطتين ع و ك<sup>ك</sup> فيكون ك<sup>ك</sup> و ر<sup>ك</sup> حيثئذ موازيين للمستقيمين الرأسيين لهذين المستقيمين كل لتظايره ويمكن ايضا اخذ مستقيمين حيثما اتفق خارجيين من النقطتين

ع و ك<sup>ك</sup> ومارين احدهما من نقطة من ق<sup>ك</sup> والاخرى من نقطة من ق<sup>ك</sup> فيؤول الامر الى الطريقتين المتقدمتين

\*(وثانيا)\* انه يمكن حل المسئلة بالمستقيميات المعلومة التي فرضناها هنا بلا واسطة اخرى بان يوصل بين النقطتين ع و ك<sup>ك</sup> بمستقيم و يقطع المستوى الافقي في نقطة د ثم يمر بهذا المستقيم مستويما س وليختر المستوى المسقط افقيا للمستقيم فيقطع المستوى س المستوى م في مستقيم ب مارا بالنقطة ع ويقطع المستوى ك<sup>ك</sup> في مستقيم ج مارا بالنقطة ك<sup>ك</sup> فيتقاطع هذان المستقيمان ب و ج في نقطة م من التقاطع المطلوب

وهنا نقطة أخرى  $\alpha$  وهي تقاطع الاثرين  $ق$  و  $ق'$  وبها وبالنقطة المتقدمة يتم تعيين التقاطع المطلوب

\* (وثالثا) \* ان العملية المتقدمة اخصر من غيرها لانها كافية في ايجاد التقاطع المطلوب الا انه يمكن اخذ مستوي  $س$  كما في (الشكل ٨٩) ثم يقال ان هذا المستوى  $س$  لابد وان يشتمل في جميع احواله على المستقيم  $و$  فيشتمل ايضا اثره الافقي على الاثر الافقي للمستقيم وهذا هو الشرط اللازم لهذا المستوى فيمكن حينئذ ان يمر من نقطة  $د$  مستقيم  $ما$  يعتبر اثرا  $ق'$  للمستوى المساعد فيتحصل من هذا المستوى  $س$  النقطة  $م$  من التقاطع باجراء الاعمال المتقدمة في الحالة السابقة وبماخذ مستوي آخر مساعد تحصل نقطة ثانية من هذا التقاطع وبهما يتم تعيينه

\* (ورابعا) \* انه اذا كانت النقطة  $د$  خارج حدود الرسم امكن ايجاد التقاطع  $ي$  بواسطة اعمال الشكل ٨٨ واذا كانت النقطة  $\alpha$  خارج حدود الرسم امكن اجراء الاعمال التي في الشكل ٨٩ لكن اذا كان هاتان النقطتان خارجتين عن حدود الرسم فلا يمكن ايجاد التقاطع باستعمال الطرق المتقدمة فينبغي في هذه الحالة ان يتصور مستويان  $س$  و  $س'$  ماران بالنقطتين  $ع$  و  $ك$  كما في (الشكل ٩٠) وموازيان للمستوى الراسي وبقطعهما بالمستوى  $م$  في مستقيمين متوازيين يلزم بالضرورة ان يمر احدهما الذي هو تقاطع  $س$  و  $م$  بالنقطتين  $\alpha$  و  $ع$  والاخر بالنقطة  $\alpha$  فيعلم حينئذ هذان المستقيمان  $\alpha$  و  $\alpha'$  وكذلك بقطع المستوى  $ك$  للمستويين  $س$  و  $س'$  في مستقيمين متوازيين يلزم ضرورة ان يمر احدهما الذي هو تقاطع المستويين  $س$  و  $ك$  بالنقطتين  $\alpha$  و  $ك$  والاخر بالنقطة  $\alpha$  وحينئذ يعلم التقاطعان  $ب$  و  $ب'$  لكن من حيث ان  $\alpha$  و  $ب$  موجودان في مستوي واحد  $س$  فلا بد ان يتقاطعا في نقطة  $م$  من التقاطع  $ي$  المطلوب كما يتقاطع  $\alpha$  و  $ب'$  في نقطة أخرى  $م'$  من هذا التقاطع  $ي$

فحينئذ يتم تعيينه بهما ومن المعلوم ان الاعمال لا تختلف اذا امر مستويان  
رأسيان متوازيان اياهما كانا من النقطتين ع و ك ولا يلزم اصلا ان يكون  
المستويان المساعدان س و س موازيين للمستوى الرأسى للمسقط لانه  
لو كان كذلك لجبر الانسان على رسمهما في اتجاه غير الاتجاه الاول اذا كان النقطتان  
ع و ك على بعد واحد من المستوى الرأسى للمسقط لكن يمكن جعل هذه  
الحالة آيلة الى احدى الاحوال الاول بتغيير المستوى الرأسى دون المستوى  
الافقى لانه لا تنتج عنه المعاليم التى بها تحل المسئلة

\*(١٠٠)\*

\*(المسئلة الخامسة عشر)\* اذا كان المطلوب ايجاد تقاطع مستويين معلومين  
بخطيهما الاعظمين ميلا بالنسبة لمستوى المستط الافقى يقال  
ليكن كافي (الشكل ٩١) م و ك الخطين الاعظمين ميلا للمستويين  
م و ك وحل هذه المسئلة طريقتان هما  
(اولا) ان يؤخذ المستوى المساعد افقيا مثل س فيقطع المستقيمين  
م و ك في النقطتين ع و ك انظر (ثانيا من ٥٦) كما انه يقطع  
المستويين فى افقيين ا و ب مارين بالنقطتين المذكورتين لكن من  
حيث ان م عمود على ق كافي (بند ٣٧) يكون عمودا بالضرورة  
على ا كافي (بند ٣٦) كما ان ك ايضا عمود على ب فيكون هذان  
الافقيان معينين تعيينا كلييا وحيث كانا فى مستوي واحد س فلا بد ان  
يتقاطعا فى نقطة كالنقطة م من التقاطع ي للمستويين وباستعمال  
مستواخرافقى س نعلم نقطة اخرى م من هذا التقاطع وحينئذ يكون  
معلوما

(وثانيا) ان يقال اذا كان م و ك متوازيين كافي (الشكل ٩٢)  
يكون ا و ب متوازيين ايضا ولا ينتج منهما نقطة من نقط التقاطع  
لكن التقاطع ي يكون حينئذ افقيا كافي (بند ٩٠)

وكيفية معرفة نقطة منه ان يقطع المستويان المعلومان بكل من المستويين  
الافقيين  $S$  و  $S'$  بان يقطع احدهما في افقيين  $A$  و  $B$  والاخر في افقيين  
 $A'$  و  $B'$  فيؤخذ اى نقطتين مثل  $A$  و  $A'$  على  $A$  و  $B$  ويوصلان بالمستقيم  
 $AB$  فيرسم على الخط  $AB$  مستقيم  $AC$  مواز للمستقيم  
 $AB$  وحينئذ يمكن اعتبار  $AC$  و  $AB$  افقيين لمستوى ثالث قاطع  
للمستوى  $M$  في مستقيم  $W$  وللمستوى  $K$  في مستقيم  $H$   
فبتقاطع هذان المستقيمان  $W$  و  $H$  في نقطة  $D$  من التقاطع  
 $CD$  وباخذ عمود من  $S$  على  $M$  و  $K$  يتحصل بالضرورة  $CD$   
ولا ترسم المساقط الرأسية للمستقيمين  $W$  و  $H$  والنقطة  $S$  ولاجل ايجاد  
المسقط  $CD$  يقال من حيث انه يقابل المستقيمين  $M$  و  $K$  في نقطتين  
معلوم مسقطاهما الافقيين  $S$  و  $S'$  ينتج بالسهولة  $S$  و  $S'$   
فيعينان المسقط المذكور  $CD$  ويجب مع ذلك ان يكون هذا المسقط موازيا  
لخط الارض  $CD$

\* (١٠١) \*

\* (المسئلة السادسة عشر) \* اذا كان المطلوب ايجاد تقاطع مستويين  
معلومين باثريهما الافقيين والزاوية الحادثة من كل منهما مع المستوى الافقى  
يقال

من المعلوم كما في (الشكل ٩٣) من مسئلة نظرية في الهندسة الاصلية انه  
اذا كان مستوي عمود على المستوى الرأسى للمسقط تكون الزاوية الحادثة منه  
ومن المستوى الافقى مقيدة بالزاوية الحادثة عن اثره الرأسى مع خط الارض  
فاذا اخذ حينئذ مستورا رأسى عمود على المستوى  $M$  حدث من الاثر  $CD$   
لهذا المستوى مع خط الارض  $CD$  الزاوية المعلومه  $A$  واذا اخذ ايضا  
مستورا رأسى عمود على المستوى  $K$  يحدث من اثره  $CD$  مع خط الارض

خ<sup>ض</sup> الزاوية المعلومة = وحيث كان المستويان المذكوران  
 م و ك منسوبان لمستوى واحد افقى والى راسيين مختلفين امكن تغيير  
 المستوى الرأسى لكل منهما وايجاد اثرهما ر<sup>م</sup> و ر<sup>ك</sup> كفى (بند ٤٧)  
 على مستوى واحد رأسى خ<sup>ض</sup> ولكن هذا ليس ضروريا لانا اذا تصورنا  
 مستويا افقيا س يكون اثره على المستويين الراسيين موازيين لخطى  
 الارض خ<sup>ض</sup> و خ<sup>ض</sup> وعلى بعد واحد من هذين الخطين الارضيين  
 ويقطع هذا المستوى المذكور س المستويين م و ك فى اقعين  
 ا و ب وهذان الاقعيان يتقاطعان فى نقطة م معلوم مسقطها  
 الافقى م فبالا توصيل بين ا و م يحدث المسقط الافقى م<sup>ق</sup> للنقاط  
 المطلوب للمستويين م و ك وحيث علم ايضا المسقطان الراسيان  
 م<sup>ق</sup> و م<sup>ق</sup> تعين التقاطع المطلوب

\*(١٠٢)\*

يمكن ايضا تنويع معالم المستويين المذكورين بان لا يفرض معلومين بكيفية  
 واحدة ومما تقدم يسهل معرفة التغيير الذى يلزم فى كل حالة من احوال طرق الحل  
 التى ذكرناها هنا متتالية

\*(١٠٣)\*

الهندسة الاصلية والهندسة الوصفية تستد احداهما من الاخرى بحيث توجد  
 فى الغالب خواص معلومة من الهندسة الاصلية موصلة الى بعض خواص  
 مجهولة فى الهندسة الوصفية وبالعكس فبحقتضى المسئلة الرابعة عشر كفى  
 (الثامن بند ٩٩) يقال كل مستو مساعد مثل س كفى (الشكل ٨٩)  
 ينتج منه نقطة م من التقاطع فتكون حينئذ جميع النقط الناتجة  
 كالنقطة م على مستقيم بحيث لو اعتبر المسقط الافقى فقط لشوهد  
 ان جميع المستقيمات مثل ب و ج تتقاطع فى نقط مثل النقطة م<sup>ق</sup>  
 كائنة على مستقيم واحد مار بالنقطة ا ومن ذلك تنج دعوى

نظرية هي

اذا وجدت ثلاث مستقييات و و م و ك كافي (الشكل ٩٤)  
متقاطعة اثنين اثنين وثلاث نقط د و ع و ك على مستقيم منها مثل  
و وأمر من النقطة د خطوط ت و ت و ت و ت ..... قاطعة  
للمستقيين م و ك ووصلت نقط المستقيم م الى النقطة ع بمستقييات  
ب و ب و ب ..... ووصلت كذلك نقط المستقيم ك الى ك  
بمستقييات ايضا ج و ج و ج ..... تقاطع المستقيان ب و ج  
والمستقيان ب و ج والمستقيان ب و ج ..... في النقط  
م و م و م ..... التي هي والتقاطع للمستقيين م و ك  
على مستقيم واحد ي

ومن المعلوم انه يمكن اعتبار المستقييات و و م و م و م معاليم للمسئلة  
وتختار النقطة ع اصلا للخطوط القاطعة ب و ب و ب .....  
لاحد المستقيين م في النقط ب و ب و ب ..... وللاخرى في النقط  
م و م و م ..... وينتج منه ان نقط تقاطع المستقيين ج و ت  
والمستقيين ج و ت والمستقيين ج و ت ..... على خط مستقيم  
مع النقطة ا ويمكن ايضا جعل المستقييات و و ك و م معاليم والنقطة  
ك اصلا للخطوط القاطعة ج و ج و ج ..... لاحد المستقيين  
ك في النقط ج و ج و ج ..... وللاخرى في النقط م و م و م .....  
فينتج منه ان نقط تقاطع المستقيين ب و ت والمستقيين ب و ت  
والمستقيين ب و ت ..... كائنة على مستقيم واحد م مارا بالنقطة ا



يمكن ان يكون احدى النقط د و ع و ك لانها ثلاث حالات وهى ان تقول

\* (اولا) اذا كانت النقطة د هى الانهائية تكون الخطوط المقاطعة

ت و ت و ت و ت ..... موازية للمستقيم و

\* (وثانيا) اذا كانت النقطة ع هى الانهائية تكون الخطوط المقاطعة

ب و ب و ب و ب ..... موازية ايضا للمستقيم و

\* (وثالثا) اذا كانت النقطة ك هى الانهائية تكون الخطوط المقاطعة

ج و ج و ج و ج ..... موازية ايضا للمستقيم و

وينتج من هذه الاحوال الثلاثة دعوى نظرية نطبقها على الحالة الاولى كما فى (الشكل ٩٥) لزيادة الايضاح فنقول

اذا كان معنائلاث مستقيمت و م و ك متقاطعة اثنين اثنين ونقطتان ع و ك على مستقيم منها مثل و ورسمت جلة موازيات للمستقيم و قاطعة للمستقيمين الاخرين م و ك ووصلت نقط المستقيم م بالنقطة ع ونقط المستقيم ك بالنقطة ك ية قال ان المستقيمين ب و ج والمستقيمين ب و ج والمستقيمين ب و ج .....

تقاطع فى النقط م و م و م ..... الكائنة هى والتقاطع للمستقيمين م و ك على مستقيم واحد و هذه الحالة تنتج من (شكلى ٨٦ و ٨٧) باعتبار ان العملية على مستواقي

اذا كانت المستقيمت الثلاثة و م و م و م معلومة واختبرت النقطة ع اصلا لتقاطع ب و ب و ب ..... ينتج ان نقط تقاطع المستقيمين

ج و ت والمستقيمين ج و ت والمستقيمين ج و ت ..... والنقطة ا على مستقيم واحد واذا كانت المستقيمت و ك و م معلومة

واختيرت النقطة كز أصلا للخطوط القاطعة ج و هـ و ح .....  
شوهذان المستقيمتان ب و ا و ت و ب و ت و ب و ت ...  
تقاطع في نقط على مستقيم مار بالنقطة ا كل اثنين منها متفقين في العلامة  
يتقاطعان في نقطة ومن ذلك تنبع دعوى نظرية هي ان تقول  
اذا كان معنا ثلاثة مستقيمتان و م و ي ونقطتان ع و ك  
كائنتان على احدهما هذه المستقيمتان وهو و وأمر من احدى هاتين  
النقطتين وهي ع جملة قواطع ب و ا و ب و ب ..... ثم وصلت  
نقط تقاطع تلك القواطع مع المستقيم ي بالنقطة الاخرى كز من  
المستقيم و ثم أمر من نقط تقاطع تلك القواطع مع المستقيم م خطوط  
موازية للمستقيم و تقاطعت تلك الموازيات مثل ت والمستقيمتان  
مثل ج في نقط على مستقيم مار بالنقطة ا التي هي تقاطع المستقيمتين

م و ي

\* (1.7) \*

يمكن ان يستنتج من هذه الدعاوى عكسها فيقال  
 \* (اولا) \* اذا كان معنا كافي (الشكل ٩٤) اربعة مستقييات و و م  
 و ك و ي ثلاثة منها متقابلة في نقطة واحدة ا وكل منها يقطع  
 المستقيم الرابع ووصلت جميع نقط احد المستقييات الثلاثة وهو ي بنقطتين  
 ع و ك كائنتين على المستقيم الرابع يقال ان المستقييات المارة من النقطة  
 ع تقطع المستقيم م والمستقييات المارة من النقطة ك تقطع المستقيم  
 ك والمستقيم المار من النقطتين ب و ج والمستقيم المار من النقطتين  
 ب و ج والمستقيم المار من النقطتين ب و ج تقطع المستقيم و في نقطة  
 واحدة د او توازيه كافي (الشكل ٩٥)  
 واذا اوصلنا نقط المستقيم ك بالنقطتين ك و د ينتج ايضا ان جميع

المستقيمت  $ا ب$  و  $ا ب$  و  $ا ب$  ..... تتلاقى في نقطة واحدة ع من المستقيم و اذا وصلنا ايضا نقط المستقيم م بالنقطتين ع و د ينتج ان جميع المستقيمت  $ا ب$  و  $ا ب$  و  $ا ب$  ..... تتقابل في نقطة واحدة ك من المستقيم و

\* (وثانيا) \* اذا كان معنا ثلاثة مستقيمت م و ك و ي خارجة من نقطة واحدة ا ونقطة د خارجة عن هذه المستقيمت وامر من النقطة د خطان قاطعان حيث ما اتفق  $ا ب$  و  $ا ب$  احدهما يقطع المستقيمت م و ك في النقطتين  $ا ب$  و  $ا ب$  والاخر يقطعهما في النقطتين  $ا ب$  و  $ا ب$  ثم اخذنا ايضا نقطتين حيثما اتفق كالنقطتين م و م على المستقيم الثالث ي و وصلناهما بنقط التقاطع المذكورة ينتج ان المستقيمت  $ا ب$  و  $ا ب$  يقاطعان في نقطة ع وان المستقيمت  $ا ب$  و  $ا ب$  يقاطعان ايضا في نقطة ك وتكون النقط الثلاث د و ع و ك كائنة على مستقيم واحد فلو فرض ان النقطة ع هي التي امر منها النقطاطعان  $ا ب$  و  $ا ب$  لوجد النقطتان د و ك مع النقطة ع على مستقيم واحد ولو فرض ان النقطة ك هي التي امر منها الخطان القاطعان  $ا ب$  و  $ا ب$  لوجد النقطتان د و ع مع النقطة ك على مستقيم واحد

\* (وثالثا) \* اذا كان معنا كافي (الشكل ٩٥) ثلاثة مستقيمت م و ك و ي تتقابل في نقطة واحدة ا ومستقيمت متوازيان  $ا ب$  و  $ا ب$  قاطعان للمستقيمت م و ك بان يقطع اولهما المستقيمت المذكورتين في نقطتين  $ا ب$  و  $ا ب$  والاخر منهما يقطعهما في النقطتين  $ا ب$  و  $ا ب$  و وصل بين هذه النقط ونقطتين اخريين ما خوذتني بالاختيار

على المستقيم  $\text{ى}$  تقاطع المستقيمان  $\text{ب}$  و  $\text{ب}$  في نقطة  $\text{ع}$   
والمستقيمان  $\text{ج}$  و  $\text{ج}$  في نقطة  $\text{ك}$  وكان النقطتان  $\text{ع}$  و  $\text{ك}$  على  
مستقيم و مواز للمستقيمين  $\text{ت}$  و  $\text{ت}$

\* (1.7) \*

اذا كان معنامستقيان م و ك كما في (الشكل ٩٦) مقطوعان  
بجمله قواطع متوازية ت و ت و ت و ت ..... وامر من النقط  
ا و ا و ا و ا ..... ومن النقط ج و ج و ج و ج ..... الى  
هي تقاطع تلك القواطع بالمستقيين م و ك جلنا مستقييات متوازية بان  
مر من النقط الاول ب و ب و ب و ب ..... ومن الثانية ج و  
ج و ج ..... تقاطع المستقيان ب و ج والمستقيان  
ب و ج والمستقيان ب و ج في نقط م و م و م ..... كأنه  
على مستقيم واحد مع النقطة ا التي هي تقاطع المستقيين م و ك  
وذلك انك لو اعتبرت المستقيين م و ك اثنتين افقيتين لمستويين وانما قواطع  
كالقواطع ت آثار الافقية لمستويات مساعدة متوازية وقاطعة للمستويين  
المعلومين في مستقييات مثل ب و ج لانتسبت هي والنقطة ا الى  
المسقط الافقي لتقاطع المستويين المعلومين وكانت حينئذ جميع تلك النقط  
على مستقيم واحد

\* (1. A) \*

وينتج مما ذكر دعوى نظرية عكس المتقدمة وهى ان نقول  
اذا كان معنا ثلاثة مستقيجات م و ك و ي متقابلة فى نقطة واحدة  
ا وأمر من جميع النقط  $m_1$  و  $m_2$  و  $m_3$  ..... الكائنة  
على ي جلتا مستقيجات متوازية ب و ب و ب .....  
.....

ج و ج و ج ... الجملة الاولى قطعت المستقيم م والثانية المستقيم  
 ك في تقاطع حيث تكون المستقيمان الحادثان من اتصال كل نقطتين منها كالنقطتين  
 ا - و ج والنقطتين ب - و ج والنقطتين ج - و ج .....  
 متوازية

\*(١٠٩)\*

\*(المسئلة السابعة عشر)\* اذا كان معنا مستقيمان م و ك متقابلان  
 في نقطة خارج حدود الرسم ونقطة م والمطلوب امرار مستقيم من النقطة  
 م مقابل للمستقيمين م و ك في نقطة واحدة يقال لحل هذه المسئلة  
 حالتان نشرع فيهما فنقول

\*(اولا)\* يرسم كافي (الشكل ٩٧) مستقيم ت يقطع م و ك  
 في النقطتين - و ج ثم توصل احدى النقطتين - و م بالآخرى  
 واحدى النقطتين ج و م كذلك فيحصل مستقيمان يقطعان  
 المستقيمين ك و م في نقطتين ج و ب وتوصيل احدى هاتين  
 النقطتين بالآخرى يحصل مستقيم ت مقابل للمستقيمين ت في النقطة  
 د ومن هذه النقطة د يرسم مستقيم ثالث ت يقطع م و ك  
 في نقطتين ب - و ج وتوصيل احدى النقطتين ب - و ج والنقطتين  
 ب - و ج بالآخرى يحصل مستقيمان يتقاطعان في نقطة م من المستقيم  
 المطلوب وذلك لانه لو اعتبر الثلاثة مستقيمان م و ك و ت آثارا افقية  
 لثلاثة مستويات مارة بنقطة واحدة فراغية مسقطها الافقي م  
 لكان ب و ج المسقطين الافقيين لتقاطعي المستويين ت  
 بالمستويين م و ك ولو اعتبرنا الآن النقطة ج مسقطا افقيا لنقطة من  
 المستوى م وكذلك النقطة ب مسقطا افقيا لنقطة من نقط المستوى

ك وكذلك المستقيم  $\Gamma$  اثر اقصيا المستوي آخر مساعد لقطع هذا  
المستوى المستويين المذكورين م و ك في مستقيمين مسقطاهما  
الاقبيان ب و ج وبذلك تكون النقطة م مسقطا اقصيا للنقطة اخرى  
من تقاطع المستويين م و ك

ويمكن من النقطة د امر ارجله قواطع اخرهما اريد وبادامة هذه العملية  
نفسها تحصل جلة نقط م و م و م و م على مستقيم واحد

فتنتج بالسهولة دعوى نظرية جديدة متعلقة بالقواطع لافائدة في ذكرها  
هنا

\* (وثانيا) \* ينزل من النقطة م كمافي (الشكل ٩٨) مودان على  
المستقيمين م و ك يقطعانهما في النقطتين س و ج ثم يوصل ما بين  
هاتين النقطتين س و ج ويمد الخط س ج موازيا للخط س ج ثم يمد  
كذلك من النقطتين س و ج المستقيمان م و ك الموازيان للمستقيمين  
م و ك فيتقاطع هذان المستقيمان في نقطة م من نقط المستقيم المطلوب  
لانه لو اعتبر المستقيمان م و ك اثري اقصيين لمستويين والنقطة م مسقطا  
اقصيا لنقطة من نقط تقاطعهما واعتبرا ايضا م س و م ج خطين ارضيين  
لا ل الامر الى عملية المسئلة السادسة عشر من (بند ١٠١) فيكون  
الخطان م و ك مسقطين لخطين اقصيين من المستويين م و ك  
كائنين على ارتفاع واحد ومتماطعين في نقطة م من المسقط الافقي لتقاطع  
المستويين م و ك

\* (المسئلة الثامنة عشر) \* اذا كان المطلوب ايجاد تقاطع المستقيم و  
مع المستوى م يقال  
\* (اولا) \* اذا امر من المستقيم و كمافي (الشكل ٩٩) مستوي مساعد

س وبحث عن تقاطعه  $\gamma$  مع المستوى م تكون النقطة  $\sigma$  التي هي  
تقاطع المستقيمين  $\gamma$  و  $\omega$  هي النقطة المطلوبة  
ولنميز من المستويات التي يمكن امرارها من المستقيم  $\omega$  سبعة يختار  
استعمالها دون غيرها الكيفية اوضاع الشكل وهي  
\* (اولا) \* المستوى المسقط اقلياً للمستقيم  $\omega$   
\* (وثانيا) \* المستوى المسقط رأسياً لذلك المستقيم  
\* (وثالثا) \* المستوى الذي يكون فيه المستقيم  $\omega$  هو الخط الاعظم ميلاً  
بالنسبة للمستوى الرأسى  
\* (ورابعا) \* المستوى الذي يكون فيه  $\omega$  هو الخط الاعظم ميلاً بالنسبة  
للمستوى الافقى  
\* (وخامسا) \* المستوى المار من  $\omega$  الموازى لخط الارض  
\* (وسادسا) \* المستوى الذي اثره الافقى مواز  $\gamma$   
\* (وسابعا) \* المستوى الذي اثره الرأسى مواز  $\gamma$   
وذلك لان تقاطعات هذه المستويات مع المستوى المعلوم م كلها تقطع  
المستقيم  $\omega$  المذكور في نقطة واحدة  $\sigma$  وهي النقطة المطلوبة  
ويختار من تلك المستويات المذكورة في كل حالة مخصوصة المستوى الأليق  
وضعا من غيره تلك الحالة ولا فائدة في رسمها كلها في الشكل لسهولة التمرن عليها  
(وثانيا) اذا انتخب المستوى المساعد مكن ان يتقاطع المسقطان الافقيان  $\gamma$  و  $\omega$   
والمسقطان الرأسيان  $\gamma$  و  $\omega$  في زاويتين حادتين جدا ومنه يعلم حيثئذان النقطتين  
 $\sigma$  و  $\sigma'$  ليستا تاتى التعيين فتكون النقطة  $\sigma$  كذلك لكن يمكن  
كما هو الاولى دائما اختيار المستوى المساعد  $\sigma$  بحيث يتقاطع  $\gamma$  و  $\omega$   
مثلا في زاوية قائمة او قريبة منها ولاجل ذلك يرسم في المستوى م مستقيماً  
بحيث يكون  $\alpha$  عموداً تقريبا على المستقيم  $\omega$  وهذا يمكن دائما حيث يمكن  
رسم  $\alpha$  ثم يمر من نقطة م من المستقيم  $\omega$  مستقيماً  $\alpha$  موازاً للمستقيم  $\alpha$



ويعر مستو س من المستقيمين و و أ ويبحث عن التقاطع ي  
للمستويين م و س فتكون النقطة م هي تقاطع المستقيمين  
ي و و هي النقطة المطلوبة ولننبه على ان المستقيمين ي و ا لابدوان  
يكونا متوازيين وبهذا تتحقق صحة العمليات

(وثالثا) يمكن حل المسئلة ايضا بتغيير المستوى او بحركة دوران لجعل المستوى  
م عمودا على احد مستويي المسقط انظر (بندى ٥٥ و ٦٧) لان تقاطعه  
حينئذ مع و ينسقط على هذا المستوى في تقاطع اثر المستوى مع مسقط  
المستقيم كافي (ثانيا من بند ٥٦) ولناخذ حينئذ مستويا جديدا  
رأسيا للمسقط عمودا على المستوى م كافي (الشكل ١٠٠) فيكون  
خط الارض خ<sup>ض</sup> عمودا على ق<sup>ن</sup> وبشاهد ان المستقيمين ر<sup>ك</sup> و و  
يتقاطعان في س<sup>ه</sup> التي منها يستخرج س<sup>ه</sup> ثم م<sup>ه</sup> اللذان هما مسقطا النقطة  
المطلوبة وكان يمكن اخذ مستوي جديد افقي خ<sup>ض</sup> عمودا على المستوى م  
فيكون المسقط س<sup>ه</sup> حينئذ هو تقاطع و و ق<sup>ن</sup>

\* (تنبيهه) \* اذا اخذ خط الارض خ<sup>ض</sup> في اعلى فرخ الرسم توجد النقطة  
س<sup>ه</sup> في اعلاه وبالعكس اى انه لو اخذ خط الارض خ<sup>ض</sup> فى اسفل فرخ  
الرسم لكانت النقطة س<sup>ه</sup> اسفله فعلى هذا لو اخذ خط الارض الجديد فى اسفل  
فرخ الرسم ما يمكن ان تحصلت نقط تقاطع بعيدة جدا عن المستوى الافقى  
ولم توجد طريقة غير هذه

ولو ارد تغيير المستوى الافقى لكان يلزم حينئذ اختيار خط الارض الجديد عمودا  
على ر<sup>ك</sup> وكونه فى اعلى فرخ الرسم ما يمكن وكان يصح ايضا جعل المستوى م  
عمودا على المستوى الرأسى او على المستوى الافقى بتدويره حول محور عمود على  
المستوى الرأسى او الافقى بتحريك المستقيم فى كاتبا الحالتين مع حركة المستوى  
المذكور

\*(١١١)\*

\* (المسئلة التاسعة عشر) \* اذا كان المطلوب ايجاد تقاطع مستقيم مع مستو معلوم بمستقيم ونقطة يقال

\* (اولا) \* اذا فرض ان المستوى (م ع) معلوما بالمستقيم م والنقطة ع وان والمستقيم المعلوم كافي (الشكل ١٠١) لزم كافي (اولا من بند ١١٠) امرار مستو مساعد من المستقيم و والبحث عن تقاطعه مع المستوى م واختيار هذا المستوى مارا بالمستقيم و والنقطة ع فحينئذ تعلم النقطة ع من التقاطع ي ولايجاد نقطة اخرى منه يمد من النقطة ع مستقيمان م و موازيان للمستقيمين م و و كل لنظيره فيكون المستويان حينئذ معلومين بخطوط متوازية ولوا امر مستوا في مساعد آخر س لقطع المستقيمان الاربعة في النقط ي و د و د التي تعين التقاطعين ا و ب للمستوى س مع المستويين (م م) و (و و) ثم يقابل التقاطعان ا و ب في نقطة م من التقاطع ي الذي يتعين تعينا تاما ثم يقابل هذا المستقيم الاخير المستقيم و في نقطة م وهي النقطة المطلوبة

\* (وثانيا) \* يمكن اخذ المستوى س موازيا للمستوى الرأسى او عمودا على احد مستويي المسقط وتحل هذه المسئلة بسهولة بان يؤخذ بدل المستوى المار بالمستقيم و المستوى المسقط له رأسيا كما ينظر ذلك في حل المسئلة الالية انظر (ثانيا من بند ١١٣)

\* (وثالثا) \* اذا كان احد المستقيمان المعلومة مثل م موازيا للمستوى الافقى يكون م موازيا لخط الارض خ ض فيكون موازيا بالضرورة الى ر و حينئذ لا تكون النقطة ي معلومة لكن لا يخفى ان المستوى الافقى س في هذه الحالة يقطع المستوى (م ع) في خط افقى او مواز للمستقيم م يصير معينا لانه يمكن ايضا ايجاد النقطة ي باخذ المستقيم م غير مواز للمستقيم م

بل مارا بالنقطة ع ونقطة اختيارية من م

\* (ورابعا) \* اذا اعتبر المستقيم م اثرا فقياسا للمستوى استعمل بدل المستقيم م مستقيم رأسي اوافق من هذا المستوى فيختار المستوى م موازيا للمستوى الرأسي فاذا كان المستقيم م هو الخط الاعظم ميلا للمستوى كفي في تعيينه انظر (بند ٣٨) ولا يلزم في هذه الحالة استعمال النقطة ع ويختار بدل المستوى المار من المستقيم والمستوى الذي يكون فيه هذا المستقيم اعظم ميلا وهذا يرجع الى المسئلة المتقدمة حلها في (بند ١٠٠)

\*(١١٢)\*

ويمكن ايضا ايجاد تقاطع مستقيم مع مستقيم معلوم في حالات مخصوصة كما اذا كان الاثنان متحدين في مستقيم واحد وكغير ذلك وهذه الاحوال يمكن حلها بنفس الطرق المذكورة

\*(١١٣)\*

\* (المسئلة العشرون) \* اذا كان المطلوب امرار مستقيم قاطع لمستقيمين معلومين من نقطة معلومة يقال

\* (اولا) \* يمكن من النقطة المعلومة ومن كل من المستقيمين المعلومين امرار مستو فيكون تقاطع هذين المستويين بالضرورة هو المستقيم المطلوب وبهذه الكيفية يؤول الامر الى حل المسئلة المتقدمة في (بند ١١١) الذي يلزم فيه ان تكون ع مبينة للنقطة المعلومة في (الشكل ١٠١) وان يكون م و المستقيمين المعلومين والمستقيم المطلوب ولاجل صحة العملية يلزم ان يقطع مسقطا هذا المستقيم مساقط المستقيمين م و و في النقط  $\text{ص}^{\text{و}}$  و  $\text{ص}^{\text{و}}$  و  $\text{ص}^{\text{و}}$  و  $\text{ص}^{\text{و}}$  الكائن كل اثنين منها على مود واحد على خط الارض انظر (بند ٨)

\* (وثانيا) \* يمكن كافي (الشكل ١٠٢) حل المسئلة بامرار مستو من النقطة المفروضة م ومن احد المستقيمين ا ثم يبحث عن تقاطع هذا المستوى

مع المستقيم الآخر ب ويحصل تقاطعه مع المستوى (ا م) بمرار  
مستقيمين ط و ح من النقطة م ومن آخرين حينما انفق - و ا  
من المستقيم ا فيكونان في المستوى المذكور ويقابلان المستوى  
الرأسي القائم من ب في نقطتين ط و ح من التقاطع ل هذين  
المستويين الذي يقابل المستقيم ب في نقطة س من المستقيم و  
المطلوب لان هذا المستقيم لما كان له نقطتان س و م في المستوى  
(ا م) كان محصورا فيه فيقابل بالضرورة المستقيم ا  
في نقطة ص

\*(١١٤)\*

\* (تنبيه) \* كان يسهل ايجاد حلول آخر لبعض المسائل المتقدمة وتوزيع  
معالم بعضها وفرض مسائل اخرى لكن فيما ذكرناه من طرق الحل كفاية  
وسيا في بعض هذه المسائل في اثناء الكتاب

\*( في زوايا المستقيمت والمستويات ) \*

\*(١١٥)\*

\* (المسئلة الحادية والعشرون) \* اذا كان المطلوب ايجاد الزاوية  
الحادثة بين مستقيمين يقال

الزاوية الحادثة من مستقيمين هي الكمية التي بين انفراج هذين المستقيمين في حالة  
امتدادهما فينتج

\* (اولا) \* انه يمكن حدوث زاوية من مستقيمين بدون ان يتقاطعا

\* (وثانيا) \* ان المستقيمين المتوازيين تكون بينهما زاوية تساوي  
صفرا

\* (وثالثا) \* ان الزاوية الحادثة من مستقيمين لا متقاطعين ولا متوازيين تساوي  
الزاوية الحادثة من مستقيمين موازيين لهذين المستقيمين المذكورين الممتدين من  
نقطة واحدة وحيث فلا يبحث دائما الا عن الزاوية الحادثة من مستقيمين متقاطعين

فان لم يكونا كذلك تختار نقطة حيثما اتفق ويمد منها مستقيمان آخران مولريان للمستقيمين المذكورين انظر (بند ٢٤) ثم يبحث عن الزاوية الحادثة من هذين الاخرين فيقال اذا كان هذان المستقيمان  $\alpha$  و  $\beta$  كما في (الشكل ١٠٣) متقاطعين في نقطة م عينا مستويا ك اثره الافقى  $\gamma$  ثم يطبق هذا المستوى ك على المستوى الافقى كما في (بند ٧٦) بان يختار اختصارا للمستوى الجديد الرأسى مارا بالنقطة م فينطبق المستقيمان  $\alpha$  و  $\beta$  على  $\gamma$  وتكون  $\alpha$  - هي الزاوية المطلوبة وكان يمكن البحث عن الضلعين  $\alpha$  و  $\beta$  بان يطبق المستويان المسقطان افقيا للمستقيمين  $\alpha$  و  $\beta$  على المستوى الافقى ثم يرسم للمثلث  $\alpha$  - المعلوم منه اضلاعه الثلاثة ويلزم من ذلك ان تكون النقطتان  $\alpha$  و  $\beta$  على مستقيم عمود على الاثر  $\gamma$  وكان يمكن ايضا جعل المستوى ك افقيا اوراسيا بواسطة احدى الطرق الاربع المقررة في (بند ٧٦) ويسهل تركيب اشكال هذه العمليات بمقتضى ما تقدم

وليتنبه الى ان المستقيم  $\alpha$  =  $\beta$  و  $\alpha$  و  $\beta$  وتر مثلث قائم الزاوية فيه و  $\alpha$  ضلع الزاوية القائمة فيكون  $\alpha$  <  $\beta$  و  $\alpha$  و  $\beta$  وحينئذ تكون الزاوية  $\alpha$  - التي هي زاوية المستقيمين اصغر من الزاوية  $\alpha$  - التي هي زاوية مسقطيهما

\*(١١٦)\*

\*(المسئلة الثانية والعشرون)\* اذا كان المطلوب ايجاد القاسم للزاوية الحادثة من مستقيمين الى قسمين متساويين يقال يمكن حل هذه المسئلة بالبحث اولا عن الزاوية الحادثة من هذين المستقيمين انظر (بند ١١٥) ثم قسمة زاوية المستقيمين  $\alpha$  و  $\beta$  الى قسمين متساويين كما في (الشكل ١٠٣) وحينئذ يقابل القاسم الاثر  $\gamma$  في نقطة هي بالضرورة الاثر الافقى للقاسم المطلوب وحيث ان هذا القاسم لا بد وان يمر

بالنقطة م يتعين تعيينا تاما وقد يمكن ايجاد هذا القاسم ايضا بدون  
البحث عن ايجاد الزاوية وذلك ان يعتبر انه لو اخذ بعدان متساويان على  
المستقيمين ا و ب كما في (الشكل ١٠٤) بالابتداء من  
النقطة م لحدث مثل متساوي الساقين فيكون المستقيم الواصل من النقطة  
م الى وسط قاعدة المثلث هو القاسم المطلوب

فلاجل حل المسئلة بهذه الكيفية يدور المستقيمان المعلومان ا و ب كل  
واحد على حده حول محور رأسي مار بنقطة تقاطعهما م الى ان  
يصل الى الوضعين ا و ب اللذين يصيران فيهما موازيين  
للمستوى الرأسى للمسقط انظر (بند ٦١) ثم يرسم من المركز م  
بنصف قطر حيثما اتفق قوس دائرة يقطع ا و ب في ه و د  
وبرجوع النقطتين ه و د في النقطتين ه و د على المستقيمين  
ا و ب بحركات دوران عكس الاولى حول نفس المحور المذكور  
يكون المستقيم ه المار من النقطة ه الى النقطة د ضرورة قاعدة  
للمثلث المتساوي الساقين فينسط وسطه ه في الوسيطين ه و د  
للمسطين ه و ه فيكون المستقيم ه الواصل بين النقطتين  
م و ه هو القاسم المطلوب

ومن المهم ان يلتفت الى ان حركتي المستقيمين المعلومين ا و ب لاتعلق  
لاحديهما بالاخرى والا فلا يكون هذان المستقيمان موازيين للمستوى الرأسى  
وانما احتيج لعله ما في هذا الوضع لا مكان ان يؤخذ على احدهما طول م ه  
مساو لطول م د المأخوذ على الآخر

فاذا خرج النقطتان ا و ب معا واحداهما عن حدود الرسم اخذ  
مستواقي مساعد يقطع المستقيمين ا و ب في نقطتين ع و ك  
بشرط ان يكون النقطتان ع و ك في حدود الرسم فانهما في هذا الوضع  
يستعملان ايضا لايجاد ا و ب ثم يكمل باقى العملية

تنبيه هذه العمليات تؤدي الى عدة تحقيقات

\*(١١٧)\*

\*(المسئلة الثالثة والعشرون)\* اذا كان المطلوب ايجاد الزاويتين الحادثتين

من مستقيم مع مستوي المسقط يقال

الزاوية الحادثة من مستقيم مع مستوي كافي (الشكل ١٠٥) هي الزاوية

الحادثة من المستقيم المذكور مع مسقطه على المستوى فعلى هذا تكون الزاويتان

المطلوبتان هما الزاويتان الحادثتان من المستقيم المفروض و مع مسقطيه

و و فيلزم حينئذ جعل المستويين المسقطين للمستقيم و منطبقين

على احد مستويي المسقط او موازيين له ولاجل ذلك يمكن جعل هذين

المستويين من اول وهلة مستويين جديدين للمسقط فتوجد الزاوية

ا-ا' = ا الحادثة من المستقيم و مع المستوى الافقي والزاوية

ا-ا' = ا الحادثة عنه مع المستوى الرأسى ويمكن ايضا تدوير هذين

المستويين حول اثريهما ا-ا' او ا الى ان ينطبقا فتوجد ايضا الزاويتان

ا-ا' = ا و ا-ا' = ا فاذا لم يكن اثرا للمستقيم و

في حدود الرسم اخذ نقطتان حيثما اتفق كنه نقطتي م و ه كافي (الشكل ١٠٦)

فيوجد بتغيير المستويين الزاويتان م-ط = ا و ل-م = ا

ويصح ايضا ان ينزل من النقطتين م و ه عمودان احدهما على المستوى

الافقي والاخر على المستوى الرأسى ويدور حولهما المستويان (و و)

و (و و) الى ان يصيراموازيين للمستوى الرأسى او للمستوى الافقي

فتحدث الزاويتان م-ط = ا و ل-م = ا

\*(١١٨)\*



إذا حدث من مستقيم مع مستوي المسقط زاويتان متساويتان حدث أيضاً من  
مسقطيه مع خط الأرض زاويتان متساويتان وكان اثرهما على بعد واحد من خط

الأرض  $\chi \psi$  وبيان ذلك أولاً أن المثلثين  $ا-ب-ج$  و  $ا-د-هـ$  كافي  
(الشكل ١٠٥) متساويان لأن وتر أحدهما مساو لوتر الآخر وفيهما زاويتان

حادتين متساويتين فينتز  $ا-ب = ا-د$  و  $ب-ج = د-هـ$

$ا-ب = ا-د$  فيكون بالضرورة المثلثان  $ا-ب-ج$  و  $ا-د-هـ$  متساويين

فينتج أن الزاوية  $ا-ب-ج = ا-د-هـ$

وإذا قابل المستقيم خط الأرض فالبرهان بعينه ولو كان مسقطاه في جهة واحدة  
من  $\chi \psi$  لا تطبقا انظر (ثامناً من بند ١٧)

\* (وثانياً) ان يقال ان هذه الحالة الخصوصية واضحة لأن أي نقطة من  
المستقيم تكون على بعد واحد من مستوي المسقط فينتج من ذلك تساوى

المثلثين المناظرين للمثلثين المتقدمين فينتز يمكن دائماً الرجوع الى هذه  
الحالة بان يؤخذ مثلاً مستوي جديد رأى موازياً للمستوى القديم وما راها بالاثـر

الافقي للمستقيم فيقابل هذا المستقيم خط الأرض وحينئذ يحدث  
عنه مع مستوي المسقط زاويتان متساويتان فينتز  $و-ز$  و  $و-ح$  يصنعان

مع خط الأرض  $\chi \psi$  زاوية واحدة وحيث كان  $و-ح$  موازياً  $و-ز$

و  $\chi \psi$  موازياً  $\chi \psi$  يحدث من  $و-ز$  و  $و-ح$  مع خط الأرض  $\chi \psi$   
زاوية واحدة

\* (تنبيه)  $و-ز$  و  $و-ح$  يكونان متوازيين اذا لم يتخذ المستقيم و  
في الزاوية  $\chi \psi$  فاذا نفذ  $و$  فيها كانا غير متوازيين بالنسبة لخط

الأرض  $\chi \psi$

\*(١١٩)\*

\* (المسئلة الرابعة والعشرون) \* اذا كان المطلوب ايجاد الزاوية الحادثة من مستقيم مع مستوي يقال

\* (اولا) \* حيث كانت هذه الزاوية هي الحادثة عن المستقيم المعلوم مع مسقطه على المستوى المعلوم ينبغي حل المسئلة التي حلت بالنسبة للنقطة في (بند ٤٨) بالنسبة للمستقيم المعلوم وبهذا يتوصل الى البحث عن الزاوية الحادثة من مستقيمين انظر (بند ١١٥) ولا يتنبه الى ان هذه الطريقة ترجع الى جعل المستوى م افقيا او رأسي او يكون ذلك بالطرق الاربع المقررة في (بند ٧٦) مع فرض المستقيم و مرتبطا بالمستوى المذكور بحيث يمكن ايجاد مسقطيه على كل مستوي جديد منتخب للمسقط وفرضه ايضا تابعا للمستوى المذكور في حركات دورانه اذا حرك ورأسهما مع هذا المستوى دائما زاوية واحدة فحينئذ يؤول الامر الى البحث عن الزاوية الحادثة من مستقيم مع احد مستويي المسقط انظر (بند ١١٧) وقد يسهل تتبع جميع الاعمال على (الشكل ١٠٧)

\* (وثانيا) \* انه يمكن حل هذه المسئلة ايضا بطريقة اخرى وذلك ان تؤخذ نقطة ما م على المستقيم و ومنها ينزل عمود ن على المستوى م كما في (بند ٨٢) فتكون زاوية المستقيمين و ن هي تمام الزاوية الحادثة من المستقيم و مع المستوى م فيؤول الامر الى البحث عن الزاوية الحادثة من هذين المستقيمين كما في (بند ١١٥) وبعد ايجادها يؤخذ تمامها وهي الزاوية المطلوبة

\*(١٢٠)\*

\* (المسئلة الخامسة والعشرون) \* اذا كان المطلوب ايجاد زاويتين حادثتين من مستويين مع مستويي المسقط يقال

الزاوية الحادثة من مستويين كما في (الشكل ١٠٨) مقاسة بالزاوية الواقعة بين عمودين قائمين على خط تقاطع المستويين من نقطة واحدة منه

وكل منهما على مستوي فبتح انه اذا كان المستوى المعلوم عمودا على المستوى  
الرأسي تكون الزاوية الحادثة منه مع المستوى الافقي مقيسة بزاوية  
اثره الرأسى مع خط الارض وكذلك اذا كان المستوى المعلوم عمودا على المستوى  
الافقى تكون الزاوية الحادثة منه مع المستوى الرأسى مقيسة بالضرورة بزاوية  
اثره الافقى مع خط الارض فحينئذ يكون حل المسئلة مبذبا على جعل المستوى  
المعلوم عمودا على المستوى الافقى ثم الرأسى للمسقط اما بتغيير المستوى كفاى  
(بند ٥٢) واما بمحركة دوران كفاى (بند ٦٤) وبهاتين الطريقتين  
تعلم الزاوية الحادثة من المستوى م مع المستوى الافقى والزاوية  
الحادثة منه مع المستوى الرأسى ولا فائدة فى اطالة الكلام على العمليات  
لسهولة تتبعها على الشكل

\*(١٢١)\*

اذا انزلنا من  $A$  أو  $A'$  الرأسى  $N$  على  $R$  و  $N$  على  $Q$  ففرض  
رجوع المستوى الرأسى للمسقط الى وضعه العمودى على مستوى  
المسقط الافقى يكون  $N$  عمودا على المحور  $A$  فيكون عمودا على  
موازيه المار من النقطة  $R$  او على  $Q$  فحينئذ يكون  $N$  عمودا على  
المستوى  $M$  ويكون  $N$  ايضا عمودا على المحور  $A$  فيكون عمودا على موازيه المار  
من النقطة  $M$  او على  $R$  فيكون عمودا على المستوى  $M$  فاذا ارجعنا  
المستويين  $M$  و  $M'$  الى وضعهما الاقتراني م انطبق العمودان  $N$  و  $N'$   
وصارا مستقيما واحدا عمودا على المستوى  $M$  فيكون  $N = N'$  ومن  
ذلك ينتج ان  $R$  و  $Q$  يكونان مماسين للدائرة المرسومة من المركز  
 $A$  أو  $A'$  بنصف قطر يساوى  $N$  أو  $N'$

\*(١٢٢)\*

اذا كان المستوى المعلوم يصنع زوايا متساوية مع مستويي المسقط يكون اثره

متساوي الميل على خط الارض وبيان ذلك

\* (اولا) \* ان تختار نقطة  $\alpha$  و على خط الارض  $\chi$  ض  $\kappa$  كما في (الشكل ١٠٩) وينزل منها عمود  $\lambda$  على المستوى المعلوم  $\mu$  فيقابل هذا العمود المستوى المذكور في نقطة  $\rho$  فاذا انزل من هذه النقطة عمودان  $\sigma$  و  $\tau$  على اثنى المستوى  $\mu$  حدث في الفراغ مثلثان  $\sigma \rho \tau$  و  $\sigma \tau$  متساويان لان فيهما ضلعا مشتركا وزاويتين متساويتين فيكون  $\sigma \rho = \sigma \tau$  والزاوية  $\rho \sigma \tau = \tau \sigma \rho$  ومنه يحدث زاوية  $\rho \sigma \tau = \tau \sigma \rho$  انظر (بند ١١٨) فيثبت يكون المثلثان  $\sigma \rho \tau$  و  $\tau \sigma \rho$  متساويين فينتج بالضرورة ان الزاوية  $\rho \sigma \tau = \tau \sigma \rho$  وبحسب وقوع العمودين  $\sigma$  و  $\tau$  على  $\chi$  و  $\kappa$  في جهتين مختلفتين من خط الارض  $\chi$  ض اوفى جهة واحدة منه يصنع الاثران زاويتين متساويتين مع جزء واحد من خط الارض اومع جزئين مختلفين منه وقد ينطبقان في الحالة الاخيرة واذا كان المستوى الموازي لخط الارض يكون اثرهما موازيين ايضا  $\chi$  ض وعلى بعد واحد منه بحيث انهما لو وجدا في جهة واحدة منه لانطبقا على بعضهما

\* (وثانيا) \* ان يقال من الواضح في صورة ما اذا كان المستوى موازيا لخط الارض كما في (الشكل ١١٠) ان اثرهما لا بد وان يوجد ا على بعد واحد من  $\chi$  ض لانه اذا امتد في المستوى  $\mu$  عمود  $\alpha \beta$  على  $\chi$  ض لصار عمودا كذلك على كل من الاثرين  $\chi$  و  $\kappa$  فيكون حينئذ المثلث الحادث  $\alpha \beta \chi$  متساوي الساقين ومنه ينتج  $\alpha \chi = \alpha \kappa$  و  $\chi \alpha \beta = \kappa \alpha \beta$  اذا تقرر هذا يدور المستوى  $\mu$  حول  $\alpha \beta$  الى ان يقطع خط الارض في نقطة منه  $\gamma$  فيكون المثلثان  $\alpha \beta \gamma$  و  $\alpha \beta \kappa$  متساويين لان فيهما زاويتين متساويتين محصورتين بين اضلاع متناظرة متساوية فتكون الزاوية  $\gamma \alpha \beta = \kappa \alpha \beta$  ويحدث ايضا من المستوى  $\mu$  مع مستويي المسقط زاويتان متساويتان

\* (المسئلة السادسة والعشرون) \* اذا كان المطلوب امرار مستو صانع زاوية معلومة  $\alpha$  مع المستوى الافقى من مستقيم معلوم يقال  
اذا كان المستقيم المعلوم  $\omega$  كافي (الشكل ١١١) يلزم ان يكون اثر  
المستوى  $\omega$  المطلوب مارين بالاثرين  $\alpha$  و  $\beta$  الافقى والرأسي للمستقيم  
وكل بنظيره اذا تقرر هذا بعد من النقطة  $\beta$  محور رأسي  $\alpha$  ويقرض ان  
المستوى  $\omega$  دار حول هذا المحور الى ان صار عمودا على المستوى الرأسى  
افلا يزال اثره الرأسى  $\beta$  مارا بالنقطة  $\beta$  حتى يصنع مع  $\alpha$  زاوية  
 $\alpha$  ويرجع المستوى المذكور الى وضعه المشغول به في الفراغ ترسم النقطة  
 $\beta$  التى هى تقاطع اثرى المستوى  $\omega$  على المستوى الافقى دائرة  $\beta$   
لا يزال الاثر  $\beta$  مماسا لها فينتزعا من النقطة  $\alpha$  مماسا للدائرة  $\beta$   
كان هذا المماس هو الاثر  $\beta$  للمستوى ثم لا بد وان يمر  $\beta$  بالنقطة  $\beta$   
ويقابل خط الارض  $\alpha$  فى عين النقطة التى قابله فيها الاثر  $\beta$   
اذا كان الاثر  $\beta$  لا يقابل خط الارض  $\alpha$  فى حدود الرسم امكن  
ايجاد نقطة اخرى من  $\beta$  بان تؤخذ نقطة ما على المستقيم  $\omega$  ويمدها  
افقى للمستوى  $\omega$   
\*(تنبيه)\* لا يمكن حل هذه المسئلة بتغيير مستو وهذا يثبت ما قررناه  
فى آخر (بند ٦٩) ومع ذلك فلو كان المستقيم المعلوم اثرا افقيا للمستوى  
المطلوب لا يمكن استعمال احدى الطريقتين بدون اختيار احدهما عن  
الاخرى لانه اولواخذ محور  $\alpha$  اياما كان لرجعت النقطة  $\beta$  فى  
 $\beta$  ولزم رسم الاثر  $\beta$  صانعا مع  $\alpha$  زاوية  $\alpha$  ومنه تعلم نقطة  $\beta$   
من الاثر  $\beta$  وثانيا لو اخذ مستورا رأسي عمودا على  $\beta$  لصنع الاثر الرأسى  
 $\beta$  مع خط الارض  $\alpha$  زاوية  $\alpha$  ثم بتغيير المستوى الرأسى وجعل

خ ض خطا أرضيا ينتج ر

\*(١٢٤)\*

إذا فرض أن المستقيم و لا يقبل مستوي المسقط في حدود الرسم كما في  
(الشكل ١١٢) أمكن أن يتصور في المستوى المطلوب م خطا عظم ميلا  
ط ماربنقطة ما م من المستقيم و فإذا دُور حول محور رأسي أ  
ماز بالنقطة م حتى وازى المستوى الرأسى صنع مسقطه الرأسى ط مع  
خط الأرض خ ض الزاوية ا ووجد اثره الافقى في ا ورجوعه الى  
وضعه الاول يرسم هذا الاثر الدائرة ج وترسم نقطة اخرى د مأخوذة  
حينما اتفق على ط دائرة ج كائنة في مستواقي س قاطع للمستقيم و في  
نقطة - منها يمر اقي ب من المستوى المطلوب م مماس للدائرة ج  
المذكورة لان هذا الافقى لا بد وان يمر بالنقطة د التى هى نهاية نصف قطر الدائرة  
ج وان يكون عمودا على الخط الاعظم ميلا ط انظر (بند ٣٧) فحينئذ  
يكون ق مماسا للدائرة ج وموازيا ب وقد يتحصل لنا نقطتان  
س و س من الاثر الرأسى ر بواسطة اقيين م و ر للمستوى  
م مارين بنقطتين حينما اتفق م و ر من المستقيم و

\*(١٢٥)\*

\*(المسألة السابعة والعشرون)\* إذا كان المطلوب إيجاد مستوي ما من نقطة  
معلومة وصانع مع المستوى الافقى زاوية ا ومع المستوى الرأسى زاوية -  
يقال

يؤخذ كما في (الشكل ١٠٨) محورا ا على المستوى الرأسى  
ويدور المستوى المطلوب م حول هذا المحور حتى يصير عمودا على المستوى  
الرأسى فيصنع اثره الرأسى ر مع خط الأرض الزاوية ا ثم يمد هذا الاثر  
من نقطة ما من خ ض فيتحصل منه نقطة - من الاثر ر وإذا فرض

محور آخر  $أ$  في المستوى الافقي ودور المستوى  $م$  حول المحور المذكور  
 $أ$  حتى صار رأسيا فلا بد وان يحدث من الاثر  $ق$  مع  $خ$  زاوية  
 $ـ$  ومع ذلك فلوانزل من النقطة  $أ$  أو  $أ'$  عمودان على الاثرين  $ر$  و  $و$   $ق$   
 لكانا متساويين انظر (بند ١٢١) فينتد يكون الاثر  $ق$  مماسا  
 للدائرة المرسومة من المركز  $أ$  بنصف القطر  $ن$  ثم يقابل الاثر  $ق$  المحور  
 $أ$  في النقطة  $ا$  من الاثر الافقي  $ق$  فلوانرجع الآن المستوى  $م$  الى  
 وضعه الاصلي لرسمت النقطة  $ع$  التي هي تقاطع اثريه دائرة حول المركز  $أ$   
 وحينئذ يد من النقطة  $ا$  مماس لهذه الدائرة يكون هو الاثر المطلوب  $ق$   
 ومنه يتحصل  $ر$  الذي لا بد وان يمر بالنقطة  $ـ$  ولوانرجع ايضا  
 المستوى  $م$  الى الوضع  $م$  لرسمت النقطة  $ك$  التي هي تقاطع اثريه قوس  
 دائرة يجب ان يكون الاثر  $ر$  مماسا له وبهذه الكيفية يتحصل معنا مستوي  
 يصنع مع مستوي المقسط الافقي والرأسي زاويتين  $ا$  و  $ـ$  فلم يبق  
 علينا في حل هذه المسئلة التي نحن بصدد حلها الا امرار مستوي مواز للمستوي  $م$   
 من النقطة المعلومة انظر (بند ٣٨)

\*(١٢٦)\*

\*(المسئلة الثامنة والعشرون)\* اذا كان المطلوب ايجاد الاثرين الرأسيين  
 لمستويين معلوم اثراهما الاقعيان والزائيتان الحادثتان منهما مع المستوى  
 الافقي يقال

ليكن  $ق$  و  $ق'$  الاثرين الاقعيين المعلومين كما في (الشكل ٩٣) فاذا اخذ مستوي  
 رأسي عمودا على المستوى  $م$  لزم ان يصنع الاثر الرأسى  $ر$  مع خط الارض  
 $خ$  زاوية  $ا$  واذا اخذ ايضا مستوي آخر رأسي عمودا على المستوى  
 $ك$  حدث من الاثر الرأسى  $ر$  مع  $خ$  زاوية  $ـ$  فلم يبق علينا



الانسبة المستويين المعلومين  $m$  و  $n$  الى مستوي واحد رأسي قاطع للافتق  
في  $x$  و  $y$  حيث كان الاثران الاققيان  $Q$  و  $P$  لا يتغيران يمكن ايجاد  
الاثرين الرأسين  $R$  و  $S$  بواسطة استعمال افتق مأخوذ على  $KL$  من  
المستويين المذكورين انظر (بند ٤٧)

\*(المسئلة التاسعة والعشرون)\* اذا كان المطلوب ايجاد الزاوية الواقعة بين  
مستويين يقال

يمكن حل هذه المسئلة بطرق مختلفة تبين بعضها فيقول

\*(اولا)\* قد علمت كيفية ايجاد الزاوية الحادثة من مستومع مستويي المسقط من  
(بند ١٢٠) فعلى هذا يمكن ان يؤول الامر الى هذه المسئلة بجعل احد المستويين  
المعلومين مستويا جديدا للمسقط او بتطبيقه على احد المستويين الاصليين  
وتحصيل ذلك يكون باستعمال احدى الطرق الاربع المعلومه في (بند ٧٦)  
ولم اين هذا الحل هنا لاجل التمرن عليه مع كونه قد تقدم في هذا الكتاب عدة  
عمليات مثل هذه

\*(وثانيا)\* اذا كان المستويان المعلومان عمودين على احد مستويي المسقط  
فلا بد وان يحدث من اثريهما على المستوي المذكور زاوية مساوية للزاوية  
الحادثة من المستويين فحينئذ يكون تقاطع المستويين في هذه الصورة عمودا  
على مستويي المسقط ويكفي لجعل الشكل في هذا الوضع المخصوص جعل تقاطع  
المستويين عمودا على احد مستويي المسقط ويلزم لذلك تغييرا مستويين كما في  
(بند ٥١) او حركة دوران كما في (بند ٦٣) او تغيير مستوئهم حركة دوران  
او حركة دوران ثم تغيير مستوئهم في كل حالة يلزم اولا معرفة تقاطع المستويين  
وقد عرفت كيفية ايجاده فيما تقدم اذا تقرر هذا يقال اذا اريد اولا استعمال تغيير  
مستويين كما في (الشكل ١١٣) فليكن  $m$  و  $n$  المستويين  
المعلومين باثاريهما الاققيين والرأسين  $Q$  و  $P$  و  $R$  و  $S$

و ي تقاطعهما المعلوم بمسطيه <sup>ق</sup> و ي ولجعل هذا التقاطع عمودا على  
المستوى الافقى يؤخذ اولاً بديل المستوى الرأسى للمستط الموازى للتقاطع ي  
المستوى المسقط افقياً لهذا المستقيم بحيث يكون خط الارض <sup>خ</sup> <sup>ض</sup> عين المسقط  
ي للتقاطع ولو بحث عن مسقط التقاطع ي على هذا المستوى الجديد لكان  
المسقط هو التقاطع بعينه ودل ايضا على <sup>م</sup> <sup>ر</sup> ثم يؤخذ مستواً افقى عمودا على  
المستقيم ي فيصير بالضرورة <sup>خ</sup> <sup>ض</sup> عمودا على ي ويكون مسقط المستقيم ي  
على هذا المستوى الجديد نقطة <sup>ق</sup> من خط الارض الجديد مشتركة بين الاثرين  
الجديدين <sup>ق</sup> <sup>م</sup> ويلزم ايجاد نقطة اخرى من <sup>ك</sup> كل من هذين الاثرين  
فيستعمل لذلك رأسى م من المستوى م اثره الافقى م على المستوى  
القديم <sup>خ</sup> <sup>ض</sup> على بعد م م من خط الارض هذا وحينئذ يكون اثره على  
المستوى الجديد الافقى <sup>خ</sup> <sup>ض</sup> على بعد واحد بالضرورة من هذا الخط  
الارضى ايضا فيكون ذلك الاثر فى النقطة م المنتسبة الى <sup>ق</sup> انظر  
(بند ٢٨) ولو استعمل ايضا رأسى ط من المستوى ك لتحصل منه  
نقطة ط من الاثر <sup>ق</sup> <sup>ك</sup> ثم ان الزاوية <sup>ا</sup> الحادثة من الاثرين الافقيين  
<sup>ق</sup> <sup>و</sup> <sup>ق</sup> <sup>ك</sup> هي الزاوية المطلوبة الحادثة من المستويين م و ك  
(ثالثاً) \* يمكن ابدال احد تغيرى المستويين بحركة دوران فيبدل التغير  
لثانى كما فى (الشكل ١١٤) ويلزم فى هذه الحالة بعد ايجاد المستقيم ي  
لذى ينطبق على الاثرين <sup>م</sup> <sup>و</sup> <sup>ر</sup> تدوير جملة الشكل حول محور ا  
عمود على المستوى الرأسى الى ان يصير ي رأسى فلو فرض رأسى م  
من المستوى م ورأسى ط من المستوى ك لبقيا دائماً فى مدة الدوران  
على بعد واحد من المستوى الرأسى وبقي ايضا مسقطاهما الرأسيان على بعد واحد  
من المستقيم ي انظر (ثالثاً من بند ٥٦) وليؤخذ فى هذا الشكل

المحور  $\alpha$  مارا بالآثر  $m$  للرأسي  $m$  قنتسب حينئذ هذه النقطة دائما  
 الى الاثر الافقي للمستوى  $m$  وبانزال  $\alpha$  صه عمودا على  $\gamma$  تشغل  
 النقطة  $\alpha$  صه الوضع  $\alpha$  وتكون ايضا المسقط  $\gamma$  وبالوصل بين  $\gamma$  و  $m$   
 يتحصل الاثر  $ق$  ويصير ايضا للرأسي  $ط$  في  $ط$  فيعين النقطة  $ط$  أو  $س$   
 من الاثر  $ق$  الذي لا بد وان يمر ايضا بالنقطة  $\gamma$  أو  $\alpha$  صه  
 فيئذ تكون الزاوية الحادثة من المستقيمين  $ق$  و  $ق$  مساوية للزاوية المطلوبة  
 الحادثة من المستويين  $m$  و  $ك$   
 \* (ورابعا) \* يمكن عكس ما تقدم اى ابدال التغيير الاول للمستوى بحركة  
 دوران ولسهولة تركيب الشكل على مقتضى هذه الحالة لم يرسم هنا  
 \* (وخامسا) \* يمكن حل المسئلة بحركتي دوران كما في (الشكل ١١٥)  
 فبواسطة حركة دوران اولى حول محور رأسي  $\alpha$  يختار مارا بالآثر للرأسي  
 $\gamma$  للتقاطع  $\gamma$  للمستويين  $m$  و  $ك$  يجعل هذا التقاطع موازيا  
 للمستوى للرأسي فينتقل  $\gamma$  في  $\gamma$  على  $\gamma$  راسما زاوية  
 $\alpha = \alpha$  فيئذ يجب ان ترسم جميع نقط المستويين  $m$  و  $ك$   
 زوايا مساوية للزاوية في المذكورة وان يتحد الاثران  $ق$  و  $ق$  مع  $\gamma$   
 المعين بالنقطتين  $\alpha$  و  $\gamma$  وان يمر الاثران  $ق$  و  $ق$  بالنقطة  $\alpha$  ويمكن  
 لاجل ايجاد نقطة اخرى انزال العمودين  $\alpha$  و  $\alpha$  على الاثرين  
 $ق$  و  $ق$  ثم يبحث عن الوضعين الجديدين للنقطتين  $ع$  و  $ك$  فتوجد  
 النقطة  $ك$  بأخذ قوس  $ك$  مساو لقوس من محيطه و  $و$  محصورا  
 في الزاوية في فيحصل الاثر  $ق$  واما النقطة  $ع$  فيث كانت في هذا  
 الشكل قريبة جدا من النقطة  $\alpha$  يكون نصف القطرين  $\alpha$  و  $\alpha$

منساويين تقريبا فيعسر حينئذ تعيين الوضع الجديد للنقطة ع<sup>ن</sup> ولكن يجعل أ<sup>ن</sup>  
 مركزا واخذ نصف قطر حيثما اتفق أكبر من أ<sup>ن</sup> ع يرسم قوس دائرة ج<sup>ن</sup>  
 يقطع ق<sup>ن</sup> في النقطة ج<sup>ن</sup> و ي<sup>ن</sup> في النقطة ج<sup>ن</sup> فيتعين وضع النقطة ج<sup>ن</sup>  
 بعد الدوران باخذ ج<sup>ن</sup> = ج<sup>ن</sup> ع<sup>ن</sup> ويلزم ان يمر الاثر ق<sup>ن</sup> بالنقطتين  
 أ<sup>ن</sup> و ج<sup>ن</sup>

ثم ندور الآن بجهة الشكل حول محور ب عمود على المستوى الرأسى حتى  
 يصير التقاطع ي<sup>ن</sup> رأسيا وقد يختصر تركيب الشكل بمد هذا المحور من النقطة  
 أ<sup>ن</sup> فيصير المستقيم ي<sup>ن</sup> في الوضع ي<sup>ن</sup> رأسيا زاوية ب<sup>ن</sup> يجب ان ترسمها  
 جميع اجزاء المستويين م<sup>ن</sup> و ك<sup>ن</sup> ويتحد الاثران الرأسيان ر<sup>ن</sup> و ر<sup>ن</sup> مع  
 ي<sup>ن</sup> ولايجاد الاثرين الافقيين ق<sup>ن</sup> و ق<sup>ن</sup> يستعمل رأسى لكل من المستويين  
 وليكن م<sup>ن</sup> الرأسى المأخوذ في المستوى م<sup>ن</sup> و ط<sup>ن</sup> الرأسى المأخوذ  
 في المستوى ك<sup>ن</sup> ويجعل ب<sup>ن</sup> مركزا واخذ نصف قطر حيثما اتفق ترسم  
 دائرة ج<sup>ن</sup> تقطع م<sup>ن</sup> في النقطة م<sup>ن</sup> و ط<sup>ن</sup> في ط<sup>ن</sup> وبواسطة المسقطين  
 الافقيين م<sup>ن</sup> و ط<sup>ن</sup> للنقطتين م<sup>ن</sup> و ط<sup>ن</sup> المفروضة اثرا افقيا للمستقيم ط<sup>ن</sup>  
 ثم اخذ م<sup>ن</sup> و م<sup>ن</sup> = ط<sup>ن</sup> = ج<sup>ن</sup> = ج<sup>ن</sup> المسقطان الرأسيان  
 الجديدان يحدث م<sup>ن</sup> و ط<sup>ن</sup> للنقطتين م<sup>ن</sup> و ط<sup>ن</sup> ويتحصل من ذلك ايضا  
 مسقطاهما الافقيان م<sup>ن</sup> و ط<sup>ن</sup> وهما ايضا المسقطان م<sup>ن</sup> و ط<sup>ن</sup> لرأسى  
 المستويين ولم ترسم هذين المسقطين الاخيرين على الشكل لعدم تعقده ولعدم  
 الاحتياج لذلك وحيث كان المستويان م<sup>ن</sup> و ك<sup>ن</sup> الآن رأسيين لزم  
 ان يمر اثراهما الافقيان ق<sup>ن</sup> و ق<sup>ن</sup> على التوالي بالنقطتين م<sup>ن</sup> و ط<sup>ن</sup> وان  
 يمر ايضا بالنقطة أ<sup>ن</sup> وحينئذ يتم تعيينهما فيحدث عن الاثرين ق<sup>ن</sup> و ق<sup>ن</sup>

زاوية  $\alpha$  بها تقاس الزاوية المطلوبة الحادثة من المستويين  $m$  و  $n$   
 \*(سادسا)\* ان الزاوية الحادثة من مستويين تقاس بالزاوية الواقعة بين عمودين  
 قائمين على خط تقاطع المستويين من نقطة واحدة منه  $\text{كل}$  منهما  
 في مستوي يكونان في مستوي  $s$  عمود على  $y$  كافي (الشكل ١١٦)  
 وحيث كان هذا المستوى اختياري يمد الاثر  $q$  عمودا على  $y$   
 من نقطة قامة فيه قطع الاثرين  $q$  و  $q'$  في النقطتين  $m$  و  $n$   
 اللتين هما اثرا المستقيمين اللذين زاويتهم عين زاوية المستويين  $m$  و  $n$   
 ولجل تطبيق الطريقة المعتادة المتقدمة في (بند ١١٥) على  
 هذه الحالة يؤخذ  $y$  خطا ارضيا  $xz$  ويبحث عن المستقيم  $y$   
 على هذا المستوى الرأسى ومن حيث ان  $r$  لا بد وان يكون عمودا على  $y$   
 يتحصل انما النقطة  $s$  وهى رأس الزاوية المطلوبة  $\alpha$  فاذا طبقت على  
 النقطة  $s$  كانت الزاوية المطلوبة هى  $s-s'$  وبدل ايجاد الرأس  $s$   
 بتغيير مستوي  $yz$  ايجادها بحركة دوران بان يدور الرأس  $xz$   
 حول اثره الرأسى  $r$  لينطبق فتنتقل النقطة  $a$  الى  $a'$  والنقطة  
 $w$  الى  $w'$  والتقاطع  $y$  الى  $y'$  والعمود  $ws$  الى  $ws'$  ثم يؤخذ  
 $w' = ws$  و  $s' = s$  فتوجد النقطة  $s'$  ومنه تنتج  
 الزاوية  $s-s'$

\*(تنبيه)\* طريقنا هذه عين التي استعملها مؤلفوا كتب الهندسة  
 الوصفية ولا فرق بين ما في بلربما علم بمقابلتها ان الطريقة التي استعملناها  
 توصلها وتسهل معرفتها

وقد يستحسن التنبيه على ان  $ws = ws' = ws'$  و  $ws = ws'$  ضلع من  
 الزاوية القائمة في مثلث قائم الزاوية  $wsa$  او  $ws'a$  وزاوية  $wsa = ws'a$   
 وينتج منه ان الرأس  $s$  لا بد ان تكون دائمتين  $w$  و  $a$  فتكون

الزاوية  $\text{سم سم} < \text{سم سم}$

\* (وسابعا) \* يشاهد من الطريقة المتقدمة ان الزاوية المطلوبة معلومة بالمثلث  $\text{سم سم}$  المعلوم منه الضلع  $\text{سم سم}$  ويمكن البحث عن الضلعين الآخرين بتطبيق المستويين  $\text{م و ك}$  واجداد التقاطع  $\text{ي}$  على هذين التطبيقين وانزال عمودين على هذا التقاطع من النقطتين  $\text{سم و}$  فيتوصل الى رسم مثلث معلومة منه اضلاعه الثلاثة ويجب التفتن الى ان القوسين المرسومين من النقطتين  $\text{سم و}$  يجعل الضلعين الموجودين من المثلث نصفي قطر لا بد وان يتقاطعا في نقطة من المسقط  $\text{ي}$  وسنتهز فرصة تقيم هذه العملية في حل مسألة اخرى

\* (وثامنا) \* اذا تقاطع مستويان يصنعان اربع زوايا اثنتان حادتان متساويتان واثنتان منفرجتان متساويتان والزاوية الحادة هي المسماة بزاوية المستويين مالم تعين الجهة التي تكون فيها هذه الزاوية محسوبة فعلى هذا اذا انزل من نقطة اختيارية عمودان على المستويين صنعنا ايضا زاويتين حادتين وزاويتين منفرجتين كلاهما مساو لمجانسه من الزوايا الاربع الواقعة بين مستويين فيمكن حينئذ ايجاد زاوية المستويين بان ينزل عمودان من نقطة واحدة على كلا المستويين المقروطين كافي (بند ٨٢) ثم يبحث عن الزاوية الواقعة بين هذين العمودين كافي (بند ١١٥) وعلى اى حال فلوانزل من نقطة مأخوذة داخل زاوية زوجية عمودان على وجهي هذه الزاوية لحدث بينهما زاوية متممة للزاوية الزوجية

ولا تحتاج هذه الطريقة الاخيرة الى معرفة تقاطع المستويين الذي لا تنكر فائدته في بعض الاحوال لانه ربما كان هذا التعيين مقتضيا لعمليات مشكلة جدا كما حصل ذلك في بعض الاحوال

\* (المسئلة الثلاثون) \* اذا كان المطلوب قسمة الزاوية الواقعة بين مستويين الى قسمين متساويين يقال

\* (اولا) \* اذا فرض وجود المستوى القاسم كما في (الشكل ١١٦)  
 كان مقطوعا بالمستوى  $S$  في مستقيم  $س هـ$  نر عمود على التقاطع  $س هـ$   
 في النقطة  $س هـ$  وكان اثره الافقي على  $س هـ$  وقاسم الزاوية  $ا$  أو  
 $س هـ$  الى قسمين متساويين فينتج من ذلك انه يلزم بعد ايجاد الزاوية  
 المنطبقة  $س هـ$  كما في (سادسا من بند ١٢٧) قسمتها الى قسمين  
 متساويين بمستقيم قاطع للاثر  $س هـ$  في نقطة  $ن$  يجب ان يمر بها وبالنقطة  
 الاثر الافقي للمستوى المطلوب  $س هـ$  وان يمر بالنقطة  $ا$  اثره  
 الرأسى

\* (وثانيا) \* اذا انطبق المستويان  $م$  و  $ك$  على المستوى الافقي كما في  
 (الشكل ١١٧) باستعمال الطريقة الثانية المعلومة في (بند ٧٦)  
 انتقل تقاطعهما  $س هـ$  في  $س هـ$  ثم في  $س هـ$  فاذا فرض في كل من المستويين  
 $م$  و  $ك$  مستقيم على بعد واحد من التقاطع  $س هـ$  صار المستقيم  $ا$   
 الكائن في المستوى  $م$  في  $ا$  الموازي  $س هـ$  بعد انطبق هذا المستوى وصار  
 ايضا المستقيم  $ب$  في  $ب$  الموازي  $س هـ$  بعد انطبق المستوى  $ك$  المشتل  
 على  $ب$  وقطع المستقيمان  $ا$  و  $ب$  على التوالي الاثرين  $ق$  و  $ق$   
 في نقطتين  $س هـ$  و  $س هـ$  فينتد يكون  $س هـ$  الاثر الافقي للمستوى  
 (ا ب) واذا قسم  $س هـ$  الى قسمين متساويين في نقطة  $ن$  لانتسبت  
 هذه النقطة والنقطة  $ا$  الى الاثر الافقي  $ق$  للمستوى القاسم  $س هـ$  المشتل  
 زيادة عن ذلك على خط مواز لخط التقاطع  $س هـ$  ومار بالنقطة  $ن$  ولهذا الحل  
 كما هو ظاهر شدة مناسبة للحل الذي ذكر في (بند ١١٦) لاجل ايجاد قاسم  
 زاوية المستقيمين الى قسمين متساويين بدون البحث عنها وذلك ان النقطة  $هـ$   
 والنقطة  $د$  الكائنتين على المستقيمين على بعد واحد من نقطة تقاطعهما  $م$   
 في حل (بند ١١٦) مبدلتان هنا بالمستقيمين  $ا$  و  $ب$  الكائنتين  
 في المستويين على بعد واحد من تقاطعهما  $س هـ$  وان النقطة  $هـ$  التي هي





\*(١٠٩)\*

في النقطة  $س$  فاذا رسمت دائرة بجعل النقطة  $و$  مركزا وجعل  
 $وس$  نصف قطر ومن النقطة  $ا$  مدمماس  $ي$  لهذه الدائرة واقم عمود  
 $ص$  على  $ي$  واخذ  $ص = ر$  تحصلت النقطة  $س$  وهي  
نقطة تقابل الاثرين  $ر$  و  $ك$  ومن البين ان الزاوية  $س$  لا يلزم ان تكون  
اصغر من  $س$  ا  $ص$  فاذا كانت مساوية لهما كان المستويان رأسيين ويشاهد  
ان لهذه المسئلة ايضا حلان من حيث انه يمكن مد خطين من النقطة  $ا$  مماسين  
للدائرة المذكورة

\*(١٣٠)\*

\*(المسئلة الثانية والثلاثون)\* اذا كان المطلوب امرار مستوكن من  
مستقيم  $ي$  كائنا على مستو معلوم  $م$  يصنع مع المستوى  $م$  زاوية  $ا$   
يقال

يعد  $ق$  عمودا على  $ي$  كفاي (الشكل ١١٦) ويعين التقاطع  $ي$   
على المستوى الرأسي  $خ ص$  وينزل عمود  $وس$  على  $ي$  ويجعل  
 $وس = وس$  ويرسم  $س$  ثم  $ص$  صانعا مع  $س$   
الزاوية  $ا$  وتنسب النقطة  $ص$  الى الاثر  $ق$  الذي يجب ان يمر ايضا بالنقطة  $ا$   
ثم يمد الاثر  $ر$  من النقطة  $ك$  الى النقطة  $س$  ولهذه المسئلة ايضا حلان  
فانه يمكن رسم  $ص$  من  $س$  من كل من جهتي  $س$

\*(في اقصر الابعاد)\*

\*(١٣١)\*

\*(المسئلة الثالثة والثلاثون)\* اذا كان المطلوب ايجاد اقصر بعد من نقطة  
الى اخرى يقال

هذا البعد مقيس بمستقيم هاتين النقطتين وبهذا يتوصل الى ايجاد  
الطول الحقيقي بل جزء مستقيم محصور بين نقطتين معينين وحيث قد

يكون اولا المسقط الرأسى مساويا للمستقيم الفراغى اذا كان هذا المستقيم موازيا للمستوى الرأسى انظر (اولا من بند ٥٦) ولذلك يؤخذ مستو جديد رأسى موازيا للمستقيم وليختار المستوى المسقط له اقليما ما فيه من السهولة والاختصار فيئتذلا يكون خط الارض  $\chi\psi$  كما فى (الشكل ١٠٦)

سوى المسقط الافقى  $\psi$  للمستقيم  $\psi$  فاذا انزل على هذا الخط عمودان  $\mu\mu' = \omega\omega' = \epsilon\epsilon'$  ووصل بين  $\mu$  و  $\omega$  يحدث لنا المستقيم  $\mu\omega$  المطلوب واذا مد من النقطة  $\omega$  خط  $\omega\tau$  موازيا للمسقط الافقى  $\psi$  حدث مثلث قائم الزاوية  $\mu\omega\tau$  ضلعه  $\omega\tau$  يساوى المسقط الافقى  $\mu\omega$  و  $\mu\tau$  يساوى فاضل ارتفاع النقطتين  $\mu$  و  $\omega$  عن المستوى الافقى او يساوى  $\omega\mu - \epsilon\epsilon'$  انظر (اولا من بند ٥) ووتر المثلث المذكور هو مقدار طول المستقيم المطلوب ومن هنا ينتج رسم المستقيم المطلوب بسهولة

\* (وثانيا) \* قد يكون المستقيم  $\psi$  معلوما بمسقطه الافقى اذا كان موازيا للمستوى الافقى فيمكن حينئذ تغيير المستوى الافقى لجعله موازيا  $\psi$  وليختار لاجل السهولة المستوى المسقط رأسيا لهذا المستقيم فيكون خط الارض  $\chi\psi$  متحداه  $\psi$  ويلزم ان يؤخذ على عمودين على هذا الخط  $\mu\mu' = \omega\omega' = \epsilon\epsilon'$  وباخذ خط  $\mu\omega$  مواز  $\psi$  يحدث مثلث قائم الزاوية  $\mu\omega\tau$  وتره ايضا مقدار طول المستقيم  $\psi$  واحد ضلعي زاويته القائمة  $\mu\omega$  مساو للمسقط الرأسى  $\mu\omega'$  والاخر  $\omega\tau$  مساو لفاضل بعدي النقطتين  $\mu$  و  $\omega$  عن المستوى الرأسى يعنى مساو  $\epsilon\epsilon' - \omega\mu$  انظر (ثانيا من بند ٥)

\* (وثالثا) \* يمكن بدل جعل المستقيم  $\psi$  موازيا للمستوى الرأسى بتغيير

المستوى الرأسى تدوير المستقيم حول محور رأسى الى ان يصل الى هذا الوضع كما فى (بـ ٦١) وليختار بسهولة المحور مارا باحدى النقطتين المعلومتين م فيصير المستقيم حينئذ فى الوضع و ويعلم مقدار طول الحقيق بالمسقط و

\*(ورابعا)\* يمكن جعل المستقيم و موازيا للمستوى الافقى بتدويره حول محور أ عمود على المستوى الرأسى وليختار مارا بالنقطة د وحينئذ يصير المستقيم و المذكور فى الوضع و ويعلم مقدار طول الحقيق بمسقطه الافقى و

وباستعمال الطرق الاربعة المذكورة على نفس هذا الشكل يلزم ان يكون

$$م = م = م = م$$

\*(١٣٢)\*

\*(المسئلة الرابعة والثلاثون)\* اذا كان المطلوب ايجاد البعدين ا ترى مستقيم يقال

هذه المسئلة لا فرق بينها وبين المتقدمة ويكفى فى حلها اخذ النقطتين ا و ب بدل النقطتين م و د المأخوذتين اختيارا فى المسئلة المتقدمة وحينئذ فتحل باستعمال نفس الطرق التى حلت بها المسئلة المتقدمة فيقال

\*(اولا)\* اذا اخذ المسقط و كما فى (الشكل ١٠٥) خطا ارضيا جديدا يوجد المستقيم و على هذا المستوى الجديد الرأسى وتنسب النقطة ا حينئذ الى هذا المستقيم

\*(وثانيا)\* اذا ابدل المستوى الافقى واخذ و خطا ارضيا جديدا يوجد المستقيم و

\*(وثالثا)\* اذا دُور المستقيم و حول المحور ا يصير فى الوضع و

\* (ورابعا) \* اذا دُور المستقيم المذكور حول المحور  $\alpha$  يصير في الوضع  $\omega$  فينتج بالضرورة

$$a = a' = a'' = a'''$$

وكل من هذه الخطوط الاربعة يدل على طول المستقيم  $\omega$

\*(١٣٣)\*

\* (المسئلة الخامسة والثلاثون) \* اذا كان المطلوب مد مستقيم معلوم الطول من نقطة  $m$  كائنه على مستو معلوم  $m$  الى الاثر الافقي لهذا المستوى يقال

اذا علم المسقط الافقي  $m$  للنقطة المفروضة كافي (الشكل ١١٨) يستنتج منه مسقطها الرأسى  $m'$  انظر (بند ٢٩) بان يد من هذه النقطة افقي  $p$  من المستوى  $m$  ثم يفرض اولا المستقيم  $\omega$  في وضعه الاصلى ويدور حول محور رأسى  $\alpha$  حتى يوازي المستوى الرأسى فينسط على هذا المستوى في طوله الحقيقى  $l$  انظر (اولا من بند ٥٦) ويبقى مسقطه الافقى في رجوعه دائما على طول واحد يجب ان ينتهى بالاثـر  $q$  فتكون النقطة  $a$  التى يقابل فيها ذلك الاثر  $q$  الدائرة  $j$  نقطه من المستقيم فيتعين وضعه حينئذ تعين اتماما ويوجد حل آخر فى  $b$  ولومست الدائرة  $j$  الاثر  $q$  لم يكن للمسئلة الاحل واحد ولو كان المستقيم  $\alpha$  اقصر من العمود النازل من  $a$  على  $q$  لم يكن للمسئلة حل اصلا

\* (وثانيا) \* قد يتفق كافي (الشكل ١١٩) ان المستقيم  $l$  المار من النقطة  $m$  لا يقابل خط الارض  $bx$  الخارج حدود الرسم ولننبه في هذه الحالة على انه يمكن تقسيم المستقيم  $\omega$  الى اجزاء منساوية وان يتصور امرا مستويات افقية من نقط المستقيم قاسمة جزء المحور  $\alpha$  المحصور بين النقطة  $m$

والمستوى الأفقي للمسقط الى اجزاء متساوية عدتها اجزاء المستقيم  $و$   
 وقاطعة للمستوى  $م$  في افقيات متساوية البعد عن بعضها ثم يقسم ارتفاع  
 النقطة  $م$  الى قسمين متساويين ويرسم مستواقي  $س$  يقطع المستوى  $م$   
 في افقي  $ر$  وتجري بالنسبة لهذا الأفقي العملية التي اجريت بالنسبة لخط  
 الارض بان يؤخذ  $ل$  بالابتداء من النقطة  $م$  الى المسقط الرأسى  $ر$   
 للأفقي فيتحصل المستقيمان  $و$   $ب$  الكافيان في حل المسئلة  
 \* (وثالثا) \* يمكن حل المسئلة المذكورة بتطبيق المستوى  $م$  على المستوى  
 الأفقي كما في (الشكل ١٢٠) او يجعل هذا المستوى احد مستويي المسقط  
 وذلك باستعمال احدى الطرق الاربع المعلومه في (بند ٧٦) ولنجرى هنا  
 الطريقة الثانية ورسم اشكال الثلاث الباقية سهل فنقول  
 ان النقطة  $م$  نصير منطبقة في  $م$  ويجعل هذه النقطة مركزا واخذ  
 نصف قطر مساو للطول  $ل$  يرسم قوس دائرة يقطع  $ق$  في نقطتين  
 $س$   $و$   $ص$  بايصالهما بالنقطة  $م$  يتحصل المسقطان الافقيان  
 $ب$   $و$   $ق$  للمستقيمين  $ب$   $و$  الكافيين في حل المسئلة ويستنتج منهما  
 المسقطان الرأسيان لهذين المستقيمين انظر (بند ٢٨)

\* (١٣٤) \*

وبمثل ذلك تحل مسئلة مد مستقيم معلوم الطول من نقطة  $م$  الى  
 مستقيم معلوم الوضع فيكون امرار مستوي من المستقيم المعلوم والنقطة  
 $م$  ونطبق هذا المستوى وايجاد النقطة  $م$  والمستقيم المعلوم عليه ثم  
 رسم المستقيم المطلوب على هذا المستوى المنطبق ثم يرجع بعد ذلك الى مسقطي  
 هذا المستقيم

وبمثل ذلك تحل مسئلة مد مستقيم من نقطة معلومة  $م$  يصنع زاوية معلومة  
 مع الاثر الأفقي او مع مستقيم تام من المستوى  $م$

\* (١٣٥) \*

\* (المسئلة السادسة والثلاثون) \* اذا كان المطلوب ايجاد اقصر بعدين نقطة

ومستقيم يقال

ان هذا البعد كفاية عن العمود النازل من النقطة المذكورة على المستقيم ثم يقال  
 \* (اولا) \* يمكن حل هذه المسئلة بامرار مستو م من المستقيم المعلوم و  
 ومن النقطة المعلومه م وتطبيقه على المستوى الافقى انظر (بند ٧٦)  
 ثم انزال عمود ن من النقطة م على و فيكون هو البعد المطلوب فاذا  
 اريد معرفة مسقطيه ارجعت النقطة م الى هي تقاطع العمود ن مع  
 و في الوضع م على المستقيم و بحركة دوران عكس حركة دوران  
 الانطباق

\* (وثانيا) \* يمكن بدل تطبيق المستوى (وم) كفاي (الشكل ١٢١)  
 على المستوى الافقى تدويره حول احد اقطبياته حتى يصير اقطبا ثم يمر الافقى من  
 النقطة م وحينئذ يمر ا بالنقطة م ويوازي خ ض فيقابل و  
 في نقطة م ويستنتج من ذلك م ثم ا ولاجل تدوير المستوى (وم)  
 حول ا معتبرا محورا يلزم اولا ان يؤخذ مستوراى خ ض عمودا على  
 هذا المحور كفاي (بند ٧٣) فيوجد على هذا المستوى المسقطان م و  
 ومن الواضح ان النقطتين م و م يتحدان مع النقطة ا التي هي المسقط  
 الرأسى للمحور وان المستقيم ا ا يصير الاثر الافقى ق ثم يدور المستقيم و  
 حتى يصير اقطبا ولا يتغير موضع النقطة م مدة الدوران فحينئذ يجب ان  
 يكون مسقطه الرأسى موازيا خ ض و مارا بالنقطة م ولايجاد المسقط  
 الافقى يؤخذ على المستقيم و نقطة ما م ترسم مدة الدوران دائرة ج  
 وتصير في الوضع م وبايصال م الى م يحصل و فاذا انزل الان  
 من النقطة م عمود على و دل على المقدار الحقيقي للبعد الاقصر من النقطة م





بعض ما فيم حيث من النقطة م عمود ن على و فيقابل المستقيم و  
 في نقطة س مسقطها الانق س على و ومسقطها الرأس س  
 على و ويوصل بين س و م وبين س و م فيتحصل المسقطان  
 ن و ن للبعد الاقصر المطلوب فلم يبق علينا الا معرفة طوله الحقيقي انظر  
 (بند ١٣١)

\*(و خامسا)\* حيث كان العمود النازل من النقطة م على المستقيم و  
 كما في (الشكل ١٢٣) كائنا في مستو م عمود على و ومار بالنقطة  
 م يمكن رسم هذا المستوى كما في (بند ٨٣) وبالحث عن النقاط س  
 للمستقيم و مع المستوى م كما في (بند ١١٠) والوصل بين س و م  
 يتحصل المستقيم المطلوب الذي يوجد مقداره الحقيقي في ن انظر  
 (ثالثا من بند ١٣١)

ويمكن امرار المستوى المساعد من النقطة م فيكون تقاطعه ن مع  
 المستوى م عين المستقيم المطلوب الذي جزؤه س م هو البعد الكائن بين  
 النقطة م والمستقيم و فيكون الطول الحقيقي لهذا البعد ن  
 فاذا لم يكن اثر المستوى س داخل حدود الرسم يعتبر هذا المستوى  
 معلوما بالمستقيمين و و فيبحث عن تقاطعه مع المستوى م  
 انظر (بند ١١١)

\*(المسئلة السابعة والثلاثون)\* اذا كان المطلوب ايجاد اقصر بعد من نقطة  
 الى مستوي يقال

\*(اولا)\* ان هذا البعد يقاس بالعمود ن النازل من النقطة المعلومة م  
 على المستوى المعلوم م فبناء على ذلك يكون المسقطان ن و ن  
 عمودين بالتوالي على ق و ر كما في (بند ٨١) وحيث يكونان

معلومين وبالبحت عن التقاطع  $س$  للعمود  $ن$  والمستوى  $م$  كما في  
(بند ١١٠) يدل  $م$   $س$  الذي هو جزؤ هذا المستقيم على البعد المطلوب  
ويرسم شكل ما ذكر بالسهولة

\* (وثانيا) \* اذا كان المستوى  $م$  عمودا على المستوى الرأسى يكون  
المسقط الرأسى  $س$  للنقطة  $س$  على  $ر$  انظر (ثانيا من بند ٥٦)  
ويكون ايضا للعمود  $ن$  موازيا للمستوى الرأسى ومساويا بالضرورة لمسقطه  
الرأسى  $ن$  ولذلك يتوصل الى هذه الحالة المخصوصة بتغيير مستور رأسى كما هو  
واضح من الشكل ١٢٤

\* (وثالثا) \* يمكن ايضا ان يستعمل لذلك حركة دوران كما يدل عليه  
الشكل ١٢٥ الذى أمر فيه اختصار المحور  $ا$  بالنقطة المعلومة  $م$   
ثم بالرجوع الى المسطتين الاولين يوجد  $س$  و  $س$  كل على انفراده فيلزم  
حينئذ ان يكون هاتان النقطتان على عمود واحد على خط الارض  $خ$   $ض$   
انظر (بند ٨) وهذا برهان على صحة الاعمال

(١٣٧)\*

\* (المسئلة الثامنة والثلاثون) \* اذا كان المطلوب ايجاد اقصر بعددين  
مستقيمين ليسا في مستور واحد يقال

اذا كان احدا المستقيمين  $ا$  كما في (الشكل ١٢٦) عمودا على المستوى الافقى  
يكون البعد الاقصر  $ن$  افقيا ومساويا بالضرورة  $ن$  ويكون زيادة على  
ذلك  $ن$  في هذه الحالة المخصوصة عمودا على  $ب$  حيث كان  $ن$  عمودا على  
المستوى الرأسى الذى اثره الافقى  $ب$  ويحصل هذا البعد الاقصر بالسهولة  
ويمكن ان يتوصل الى هذه الحالة المخصوصة باربعة عمليات هي

\* (اولا) \* تغيير المستوى

\* (وثانيا) \* تغيير مستو ثم حركة دوران

\* (وثالثا) \* حركة دوران ثم تغيير مستو  
 \* (ورابعا) \* حركة دوران وانذ كر هذه الطرق على الترتيب فنعول  
 \* (اولا) \* ليكن  $\alpha$  و  $\beta$  كافي (الشكل ١٢٧) المستقيمين المطلوب  
 ايجاد اقصر بعد بينهما فيختار لترجيح المستقيم  $\alpha$  ليصير في وضعه المتقدم مستو  
 آخر افي عمودا على  $\alpha$  الا انه لا يكون عمودا على المستوى الرأسي ولذا يؤخذ  
 اولاً مستو جديد رأسي للمسقط موازيا لهذا المستقيم  $\alpha$  وليختزل اجل  
 السهولة المستوى المسقط له وحينئذ يتحدد  $\alpha$  مع  $\alpha$  وينتج منه المسقطان  
 الرأسيان  $\alpha$  و  $\beta$  انظر (بند ٤٦) ثم يؤخذ مستو جديد افقي  
 للمسقط عمودا على  $\alpha$  باخذ  $\alpha$  عمودا على  $\alpha$  فيوجد  $\alpha$  و  $\beta$   
 ثم ينزل من  $\alpha$  العمود  $\alpha$  على  $\beta$  فيكون اقصر البعد المطلوب وينتهي  
 على  $\alpha$  و  $\beta$  بالنقطتين  $\alpha$  و  $\beta$  اللتين تكون مساقطهما بالتوالي  
 في  $\alpha$  و  $\beta$  وفي  $\alpha$  و  $\beta$  وفي  $\alpha$  و  $\beta$  ثم في  $\alpha$  و  $\beta$   
 ومن ذلك يتحصل  $\alpha$  و  $\beta$   
 \* (وثانيا) \* يمكن بعد تغيير المستوى الرأسي للمسقط كما ذكر تدوير جله الشكل  
 حول محور عمود على هذا المستوى الرأسي حتى يصير المستقيم  $\alpha$  عمودا على  
 المستوى الافقي ولاجل ذلك يلزم تدوير المحور الدوران من نقطة من المستقيم  $\alpha$   
 وحيث صار هذا المستقيم بعد رسم الزاوية  $\alpha$  في وضعه الجديد  $\alpha$  يلزم تدوير  
 المستقيم  $\beta$  بقدر نفس الزاوية  $\alpha$  انظر (بند ٤٦) ليصير في الوضع  $\beta$  فيكون  
 العمود  $\alpha$  النازل من  $\alpha$  على  $\beta$  البعد الاقصر المطلوب ويكون  $\alpha$   
 موازيا  $\alpha$  وتحصل منه نقطتان  $\alpha$  و  $\beta$  يتقاطع فيهما البعد  
 الاقصر بالمستقيمين  $\alpha$  و  $\beta$  فبترجيح هاتين النقطتين على  $\alpha$  و  $\beta$   
 في النقطتين  $\alpha$  و  $\beta$  يتحصل المسقطان  $\alpha$  و  $\beta$  للبعد الاقصر

\* (وثالثا) \* اذا دُور المستقيمان  $\alpha$  و  $\beta$  حول محور رأسي قاطع  $\alpha$  حتى صار احدهما  $\alpha$  في الوضع  $\alpha$  موازيا للمستوى الرأسى رسم زاوية  $\alpha$  ويندوير المستقيم  $\beta$  بقدر هذه الزاوية ليصير في الوضع  $\beta$  كما في (بند ٥٩) ثم بانتخاب مستو جديد افقى للمسقط عمودا على  $\alpha$  يلزم ان يكون  $\alpha$  عمودا ايضا على  $\alpha$  والمسقط الافقى لهذا المستقيم في نقطة واحدة  $\alpha$  ويتحصل ايضا  $\beta$  انظر (بند ٤٦) فيكون البعد الاقصر المطلوب حينئذ هو العمود  $\alpha$  النازل من  $\alpha$  على  $\beta$  وبعد ذلك يرجع كما تقدم الى ايجاد المسقطين  $\alpha$  و  $\beta$  للمستقيم المذكور

\* (ورابعا) \* يمكن لاجل حل المسئلة بمركبتي دوران ان يدور اولا المستقيمان  $\alpha$  و  $\beta$  معا حول محور رأسي كما في الحالة المتقدمة ثم يدور كل من المستقيمين  $\alpha$  و  $\beta$  حول محور عمود على المستوى الرأسى كما تقدم في الحالة الرابعة

ومن البين انه يمكن ايضا تصيير المستقيم  $\alpha$  عمودا على المستوى الرأسى لجعله اولا موازيا للمستوى الافقى ويسهل رسم اشكال جميع هذه الاحوال \* (وخامسا) \* يمكن ايضا حل المسئلة بدون احتياج الى ماسوى المستقيمين المفروضين في وضعهما المفروض مع ابقاء مستويي المسقط الاصيلين وذلك انه يلزم اولا الالتفات الى ما تقر في الهندسة الاصلية من انه يمكن دائما مد عمودا على مستقيمين  $\alpha$  و  $\beta$  كما في (الشكل ١٢٨) ليسا في مستو واحد وانه لا يمكن الا مد عمود واحد وان هذا العمود المشترك هو اقصر بعد من نقطة من  $\alpha$  الى نقطة من  $\beta$  قد شوهد ان العملية مبنية على مد مستقيم  $\alpha$  من نقطة  $\alpha$  من  $\beta$  موازيا  $\alpha$  وامر ارمستوم  $\alpha$  و  $\beta$  موازيا  $\alpha$  واتزال عمود  $\alpha$  من نقطة  $\alpha$  من  $\alpha$  على هذا المستوى (ب  $\alpha$ ) وامر ارمستوا آخر من المستقيمين

أ و ط والبحث عن التقاطع  $\gamma$  للمستويين (ب أ) و (أ ط)  
 وإن يمد من النقطة  $\sigma$  التي هي تقاطع  $\gamma$  و ب مستقيم ن يوازي  
 المستقيم ط ويقابل أ في نقطة  $\sigma$  وهذا المستقيم ن هو قياس  
 البعد الأقصر المطلوب وكل تلك العمليات يلزم إجراؤها بواسطة  
 المساقط

وليكن أ و ب المستقيمين المعلومين كما في (الشكل ١٢٩) فتؤخذ  
 نقطة م على المستقيم ب ومنها يمد مستقيم أ مواز أ فيكون  
 موازيا أ و أ موازيا أ ويمر مستو م من أ و ب فيمر  
 ق من الأثرين الأفقيين أ و ب اهذين المستقيمين ويمر ك بأثريهما  
 الرأسين أ و ب ثم تؤخذ نقطة م د من أ وينزل من هذه النقطة  
 عمود ط على المستوى م فيكون ط عمودا على ق و ط عمودا  
 على ك وبامرار من مستو ك بالمستقيمين ط و أ يمر ق بأثريهما  
 الأفقيين ط و أ و ك بالأثر الرأسى أ وبالنقطة التي يقابل فيها  
 ق خط الأرض خض ومن حيث ان أثرى التقاطع  $\gamma$  للمستويين  
 المذكورين م و ك في ع و ك يتعين ذلك التقاطع ومن حيث أنه  
 مواز أ يلزم أن يكون  $\gamma$  موازيا أ و  $\gamma$  موازيا أ إذا كانت  
 الأعمال صحيحة ثم يقطع هذا التقاطع  $\gamma$  المستقيم ب في نقطة  $\sigma$  منها يمد  
 المستقيم ن موازيا ط إلى ان يتلاقى مع أ في النقطة  $\sigma$  فيكون هو  
 البعد الأقصر المطلوب ويتحصل لنا مقدار الحقيقى بدويره حول محور رأسى  
 مارا بالنقطة  $\sigma$  حتى يصير في الوضع ن موازيا للمستوى الرأسى بحيث  
 يكون مقداره الحقيقى معلوما بالمسقط ن

ولست العملية العمومية المتقدمة ممكنة دائما لانه قد يتفق ان لا يكون لأثرى

المستوى م نقطة داخل حدود الرسم ولكن من حيث انه لا يحتاج الى  
 الاثرين الا لاسكان مد العمود ط على المستوى م يمكن ابدال ق بافتق ما  
 يحصل بقطع المستقيمين ا و ب بمستواقي وكذلك ابدال ر برأسي  
 للمستوى يتحصل ايضا بقطع هذين المستقيمين بمستوا مواز للمستوى الرأسى  
 ويمكن ايضا اعتبار المستوى ك معيناتعينا كافيا بمستقيمين ا و ط  
 الا انه قد يتفق خروج العمود المشترك عن حدود الرسم وحينئذ لا يمكن ايجاده  
 الا بالرجوع الى الحالة الخاصة المعبرة اول الامر ويمكن باحدى الطرق الاربع  
 الاولية زيادة على ذلك ايجاد البعد الاقصر بين مستقيمين مادام داخل في حدود  
 الرسم وذلك انه يمكن اختيار مستوي المسقط الجديدين او محوري الدوران بحيث  
 تكون مساقط المستقيمين ا و ب واقعة في طرفي فرخ الرسم وهذه الطرق  
 مختارة ايضا في اعتبار رسمى لانه لا يوجد في تغيير المستويات الانتقال الابعاد  
 المأخوذة بانفتحات البرجل وفي حركات الدوران الا كون الخطوط التي يجب  
 رسمها تتقاطع على زوايا قائمة

ق  
 \*(المسئلة التاسعة والثلاثون)\* اذا علم المستقيم ا والمسقط الافق ب  
 لمستقيم آخر ب والمسقط ن لا قصر بعد ن بين ا و ب وكان  
 المطلوب ايجاد المسقطين الرأسين ب و ن لمستقيمي ب و ن  
 والمقدار الحقيقي للمستقيم ن يقال  
 حيث كان البعد الاقصر المذكور عمودا على المستقيم ا الذي يقابله في نقطة  
 معلومة س يُعين المسقط ن بالطريقة المذكورة في (بند ٨٦) وحيث  
 ان المستقيم المذكور ايضا لا بد وان يكون عمودا على المستقيم ب الذي  
 يقابله في نقطة معلومة ص يوجد المسقط ب بالطريقة المذكورة وحيث  
 كان الطرفان س و ص للبعد الاقصر ن بين المستقيمين ا و ب



معلومين يستنتج منهما المقدار الحقيقي لهذا البعد انظر (بند ١٣١)

\*(١٣٩)\*

ن  
 \* (المسئلة الاربعون) \* اذا علم مستقيم  $\alpha$  والمسقط الافقي  $\beta$   
 مستقيم آخر  $\beta$  والمقدار الحقيقي للبعد الاقصر  $\gamma$  بين المستقيمين  
 $\alpha$  و  $\beta$  والنقطة  $\delta$  التي يقابل فيها  $\gamma$  المستقيم المعلوم  $\alpha$   
 والمطلوب ايجاد المسقط الرأسى  $\beta$  للمستقيم  $\beta$  ومسقطى البعد الاقصر  
 $\gamma$  يقال

من حيث ان المستقيم  $\gamma$  لابد ان يكون عمودا على المستقيم  $\alpha$  كافي  
 (الشكل ١٣٠) يلزم ان يكون في مستو  $\gamma$  مار بالنقطة  $\delta$  وعمودا على  
 المستقيم  $\alpha$  المذكور انظر (بند ٨٥) فاذا طبق هذا المستوى  $\gamma$  على  
 المستوى الافقى صارت النقطة  $\delta$  في الوضع  $\delta'$  والمستقيم  $\gamma$  احد  
 انصاف اقطار محيط الدائرة  $\gamma$  المرسومة بجعل النقطة  $\delta'$  مركزا والمقدار  
 المعلوم للمستقيم  $\gamma$  نصف قطرها واذا فرض المستقيم  $\gamma$  تابعا للمستوى  $\gamma$   
 في حركة الدوران علم وضعه ولزم ان يوجد اثره الانقى على  $\gamma$  ويعلم منه وضع  
 المستقيم  $\gamma$  فتتوصل حينئذ النقطة  $\delta'$  ويستخرج منها النقطة  $\delta$   
 ولكن حيث كانت هذه النقطة  $\delta$  موجودة بالضرورة على المستقيم  $\beta$   
 وعلى محيط الدائرة المنطبق في  $\gamma$  معا يبحث عن ايجاد المسقط  $\beta$  للمحيط  
 المذكور فيقطع  $\beta$  في نقطتين  $\delta$  و  $\delta'$  وهما المسقطان الاقيان  
 للنقطتين الكافيتين لحل المسئلة ويتوصل حينئذ المسقطان الاقيان  $\gamma$  و  $\gamma'$   
 ويستخرج منهما المسقطان الرأسيان  $\gamma$  و  $\gamma'$  ومنه يعلم  $\delta$  و  $\delta'$   
 فلم يبق الا تعيين  $\beta$  بحيث يكون المستقيم  $\beta$  المار بالنقطة  $\delta$   
 عمودا على  $\gamma$  او تعيين  $\gamma$  بحيث يكون المستقيم  $\gamma$  المار بالنقطة  $\delta$

عمودا على ط انظر (بند ٨٦) ويكون المستقيمان ب و و كافيين  
في الشرط الذي هو دلالة نفس المستقيم ب<sup>ن</sup> على مسقطيهما الاقيين وكونهما  
على بعد معلوم من المستقيم ا

لا يمكن رسم المنحنى ج<sup>ن</sup> هنا الا نقطة فنقطة ويتضح فيما سياتي ان هذا المنحنى  
قطع ناقص فلا يمكن حينئذ ان يقطع ب<sup>ن</sup> الا في نقطتين  
فاذا كانت النقطة س غير معلومة امكن اخذها على المستقيم ا في اي  
وضع كان وبتركاز العملية المتقدمة لكل من الاوضاع تحصل بجملة مستويات  
كالستوى م متوازية ويحدث حينئذ من الدوائر كالدائرة ج المتساوية  
سطح اسطوانى مستدير محوره المستقيم ا وجميع نقط ب<sup>ن</sup> المحصورة في المسقط  
الافقى لهذا السطح الاسطوانى يمكن ان تدل على النقطة ص<sup>ن</sup> وسنذكر  
حل هذه المسئلة في محل آخر من هذا الكتاب بعد ذكر ما تتوقف عليه من  
معارف لا بد منها

\*(الباب الرابع)\*

\*(في الزوايا الثلاثية والاهرام)\*

\*(١٤١)\*

\*(مسئلة عامة)\* اذا كان المعلوم زاوية ثلاثية والمطلوب ايجاد الزوايا السطحية والزوايا الزوجية المترتبة هي منها بعملية على مستوية قال  
 يؤخذ احد وجوه الزاوية الثلاثية الممتد مستويا فقياسا للمسقط ثم تقطع هذه  
 الزاوية بمستوي رأسي بحيث يكون م و ك مستويي الوجهين  
 الاخرين و ي تقاطعهما كما في (الشكل ١٣١) فتكون احدي  
 الزوايا السطحية معلومة في ا وتحصل الاخرى بانطباق الوجهين م و ك  
 على المستوى الافقي كما في (بند ٧٦) ويختار المستويان الرأسيان الجريدان  
 مارين بالاثري - للتقاطع ي بحيث يكون خط الارض خ ض  
 و خ ض مارين بالمسقط و وينتقل التقاطع ي في ي و ي  
 على المستويين المنطبقين ولا يخفى ان ا = ا حيث انهما يدلان  
 على الجزء ا - من التقاطع ي فاذا رسم المستقيمان ع - و ك -  
 دلا على الاثرين الرأسين ع - و ك - المعلوم مقدارهما الحقيقي  
 ويلزم من ذلك ان يكون ع - = ع - و ك - = ك - فحينئذ  
 تحصل معنا الثلاث زوايا السطحية ا = ع ا ك و ب = ع ا -  
 و ج = ك ا - وحيث كان المستوى م عمودا على المستوى الرأسي  
 خ ض و ك على المستوى الرأسي خ ض تكون زاويتا هذين المستويين  
 الحاديتان منهما مع المستوى الافقي او زاويتان الزوجيتان ع و -  
 معلومتين بالتوالي في ا - ع - و ا - ك - فلم يبق حينئذ الا البحث عن  
 الزاوية ا الواقعة بين الوجهين ب و ج لكن هذه الزاوية مقيسة بزاوية  
 العمودين الممتدين من نقطة واحدة من التقاطع ي احدهما في المستوى  
 م والاخر في ك فاذا وجد هذان العمودان على المستويين المنطبقين

في حالة انطباقهما صارا عمودين كذلك على  $\gamma$  و  $\gamma$  في نقطتين  $\mu$  و  $\mu$  على بعد واحد من  $\alpha$  فيقابلان الاثرين  $\mu$  و  $\mu$  في النقطتين  $\mu$  و  $\mu$  فاذا وصل بين هاتين النقطتين كان من الواضح ان المستقيم  $\mu$  يدل على الاثر الافقي للمستوى العمود على  $\gamma$  ويلزم حينئذ ان يكون عمودا على  $\gamma$  وبانطباق المستوى المذكور بدويره حول اثره  $\mu$  لا يخرج رأس الزاوية المطلوبة عن المستوى الرأسى الذى يكون  $\gamma$  اثره وينطبق ضلعاها على مقدارهما الحقيقى فيقتضى لوجعل كل من النقطتين  $\mu$  و  $\mu$  مركزا واخذ  $\mu$  و  $\mu$  نصفي قطر ورسم قوسا دائرة لزم ان يتقاطعا في نقطة  $\mu$  من  $\gamma$  اذا وصل بينهما وبين النقطتين  $\mu$  و  $\mu$  صار  $\mu$   $\mu$   $\mu$  الزاوية المطلوبة  $\alpha$

\*(١٤٢)\*

اذا عرفت هذه المسئلة العامة يسهل عليك حل المسائل الخصوصية المختلفة المتعلقة بالزاوية الثلاثية وهى ستة ولنرمز للزوايا السطحية الثلاث بحروف  $\alpha$  و  $\beta$  و  $\gamma$  وبحروف  $\alpha$  و  $\beta$  و  $\gamma$  للزوايا الثلاث الزوجية المقابلة لهما كل نظيرتها فتحدث الستة تراتيب التى صورناها هكذا

معالم	مجاهيل	معالم	مجاهيل
$\alpha$	$\beta$	$\alpha$	$\beta$
$\beta$	$\gamma$	$\beta$	$\gamma$
$\gamma$	$\alpha$	$\gamma$	$\alpha$

وقد ترجع الاحوال الثلاثة الاخيرة الى الثلاثة الاولى بواسطة الزاوية الثلاثية المتممة ومن المعلوم انه اذا اخذت نقطة داخل زاوية ثلاثية وانزل منها اعمدة على اوجه هذه الزاوية وأمرت بهذه المستقيمات مستويات حدثت زاوية اخرى ثلاثية زواياها السطحية متممة لمقابلاتها الزوجية فى الاولى وزواياها الزوجية متممة

لمقابلاتها السطحية فيها ايضا ولذا اطلق على هاتين الزاويتين الثلاثيتين اسم  
الزاويتين الثلاثيتين التامتين فعلى هذا اذا رمز الى الزوايا السطحية في الثانية بالحروف  
أ و ب و ج والى الزوايا الزوجية فيها بالحروف ا و ب و ج فيحدث  

$$\begin{aligned} \text{أ} - 180^\circ &= \text{ب} - 180^\circ = \text{ج} - 180^\circ \\ \text{أ} - 180^\circ &= \text{ب} - 180^\circ = \text{ج} - 180^\circ \end{aligned}$$
 حيث اذا علم مثلا ا و ب و ج تحصلت الزوايا السطحية  
 ا و ب و ج وبواسطة هذه تتعين الزوايا ا و ب و ج  
 كما سمينه ثم يحدث من هذه ا و ب و ج ومثل ذلك  
 يعمل في الحالتين الاخرين غير ان الحالة التي تفرض فيها الزوايا الثلاث  
 الزوجية معلومة تخرج دون غيرها عن القواعد المذكورة آنفا وسند كرطريقة  
 حلها

\*(المسئلة الاولى)\* اذا كان المعلوم الثلاث زوايا السطحية المكونة للزاوية  
 الثلاثية والمطلوب ايجاد الثلاث زوايا الزوجية يقال  
 \*(اولا)\* يؤخذ دائما مستوى احد الواجه مستويا افقيا كما في  
 (الشكل ١٣٢) فيدل ضلع الزاوية ا على الاثرين الاقبيين ق و ق  
 لمستويي الوجهين الاخرين اللذين يفرضان منطبقين على المستوى الافق  
 في ب و ج احدهما في احدى جهتي ا والاخرى في الجهة الاخرى  
 انظر (بند ١٤١) فيعلم تقاطعهما في و و توجد نقطة ما -  
 من هذا التقاطع على و و على بعد واحد من ا فاذا اخذ حينئذ  

$$\text{ا} = \text{ا} \text{ و مد من النقطتين } \text{ب} \text{ و } \text{ج} \text{ عمودان على ق و ق}$$
 كاناهما الخطين الارضيين خ و خ كما تقدم في المسئلة العامة  
 انظر (بند ١٤١) وتقاطع في نقطة - من و وكانت النقطة -  
 معلومة على المستويين الرأسيين في ا و ب لانها لا بد ان توجد على

عمود على خط الارض  $\chi\chi'$  أو  $\chi\chi''$  قائم من النقطة  $\chi$  وعلى  
الدائرة المرسومة من المركز  $\chi$  يجعل  $\chi\chi'$  أو  $\chi\chi''$  نصف قطر ويلزم  
منه ان يكون  $\chi\chi' = \chi\chi''$  فقد آل الامر الى المسئلة العامة لانه  
يمكن ايجاد  $\chi\chi'$  و  $\chi\chi''$  على مستوئتين  $\chi\chi'$  و  $\chi\chi''$

(وثانيا) \* اذا تساوى زاويتان من الزوايا الثلاث السطحية لزم ان تكون  
الزاويتان الزوجيتان المقابلتان لهما متساويتين ايضا وذلك ان يؤخذ المستوى  
الافقي مستوى الزاوية الثالثة  $\chi\chi'$  وترسم الزاويتان المتساويتان  $\chi\chi'$  و  $\chi\chi''$  في  
كلا جهتي  $\chi$  كما تقدم ومن المعلوم في فرضنا هذا ان المثلثين  $\chi\chi'\chi''$  و  $\chi\chi''\chi'$   
متساويان لان وتر احدهما مساو لوتر الاخر وفيهما زاويتين حادتين متساويتين  
فينتج ان  $\chi\chi' = \chi\chi''$  وان المثلثين القائمي الزاوية  $\chi\chi'$  و  $\chi\chi''$   
 $\chi\chi'$  و  $\chi\chi''$  متساويان ايضا لان الضلع  $\chi\chi' = \chi\chi''$  والضلع  $\chi\chi' = \chi\chi''$   
 $\chi\chi'$  فتكون حينئذ الزاوية  $\chi\chi' = \chi\chi''$

(وثالثا) \* اذا كان زيادة على ذلك الزاويتان المتساويتان  $\chi\chi'$  و  $\chi\chi''$   
قائمتين لزم ان يكون الزاويتان الزوجيتان المقابلتان  $\chi\chi'$  و  $\chi\chi''$  قائمتين ايضا  
لانه يسهل في هذه الحالة مشاهدة كون  $\chi\chi'$  و  $\chi\chi''$  يتحدان على التوالي  
مع  $\chi\chi'$  و  $\chi\chi''$  ومنه تتحدد النقط  $\chi\chi'$  و  $\chi\chi''$  وينتقل  
المستقيمان  $\chi\chi'$  و  $\chi\chi''$  على  $\chi\chi'$  و  $\chi\chi''$  بالتوالي وتوجد النقطتان  
 $\chi\chi'$  و  $\chi\chi''$  على نفس هذين المستقيمين فتكون بالضرورة الزاويتان  $\chi\chi'$  و  $\chi\chi''$   
 $\chi\chi' = \chi\chi''$  و  $\chi\chi' = \chi\chi''$  قائمتين

(ورابعا) \* اذا كانت الثلاث زوايا  $\chi\chi'$  و  $\chi\chi''$  و  $\chi\chi'''$  متساوية كان  
الثلاث زوايا الزوجية المقابلة لهما  $\chi\chi'$  و  $\chi\chi''$  و  $\chi\chi'''$  متساوية ايضا لانه  
بسبب كون الزاوية  $\chi\chi' = \chi\chi''$  يتحصل  $\chi\chi' = \chi\chi''$  ولكون  $\chi\chi'' = \chi\chi'''$  يتحصل  $\chi\chi'' = \chi\chi'''$

يحدث  $\_ = \_ = \_$  فينتج  $\_ = \_ = \_$   
 \*(وخامسا)\* اذا كانت الزوايا الثلاث  $\_$  و  $\_$  و  $\_$  قائمة لزم ان تكون  
 الزوايا الثلاث  $\_$  و  $\_ = \_$  قائمة ايضا واثبت ان هذا كاثبات ما تقدم  
 \*(وسادسا)\* يسهل معرفة ان احدى الزوايا  $\_$  و  $\_$  و  $\_$  اذا كانت  
 قائمة لاتعين شيئا في الزاوية المتقابلة الزوجية

\*(١٤٤)\*

من المعلوم في الهندسة العادية ان الزوايا  $\_$  و  $\_$  و  $\_$  لا يمكن ان تكون  
 ثلاث زوايا سطحية لزاوية ثلاثية الا اذا كان مجموعها اقل من اربع زوايا قائمة  
 وكان كل منها اصغر من مجموع الزاويتين الاخرين وقد تحصلت هذه الشروط  
 من العملية المتقدمة وبيان ذلك

\*(اولا)\* ان خطي الارض  $\_$  و  $\_$  كافي (الشكل ١٣١)  
 لا يمكن في المسئلة العامة ان يتقاطعا الا في النقطة  $\_$  وان  $\_$  و  $\_$   
 يتركان الزاوية  $\_$  دائما خارجة عن مجموع  $\_ + \_ + \_$   
 فيكون هذا المجموع حيثما اصغر من اربع زوايا قائمة  
 \*(وثانيا)\* ان احدى الزوايا الثلاث  $\_$  اذا كان اكبر من مجموع الاثنتين  
 الاخرين كانت النقطة  $\_$  خارج المحيطين وبناء عليه لا يمكن ان يقابل  
 العمودان القائمان من هذه النقطة على خطي الارض هذين المحيطين ابدا

\*(١٤٥)\*

\*(المسئلة الثانية)\* اذا كان المعلوم زاويتين سطحييتين لزاوية ثلاثية والزاوية  
 الزوجية المحصورة بينهما والمطلوب ايجاد الزاوية الثالثة السطحية والزاويتين  
 الزوجيتين الاخرين يقال

يختار المستوى الافقي دائما مستوى احد الواجه المعلوم  $\_$  ويفرض كافي  
 (الشكل ١٣٢) الوجه الاخر المعلوم  $\_$  منطبقا حول الاثر  $\_$   
 ويؤخذ  $\_$  عمودا على  $\_$  فيعلم الاثر  $\_$  لانه لا بد وان يصنع مع



خَضَ الزاوية الزوجية المعلومة  $\beta$  فتنتقل حينئذ النقطة  $\gamma$  في رجوع  
 المستوى  $\mu$  الى الوضع  $\alpha$  فيكون مسقطها الافقى  $\gamma$  ومن ذلك ينتج  
 في  $\gamma$  فيؤول الامر الى المسئلة العامة انظر (بند ١٤١) لان الاثر  
 $\gamma$  معلوم واذا اخذ خط ارضي حينما اتفق مارا بالنقطة  $\gamma$  تحصلت النقطة  
 $\gamma$  التي يمر بها الاثر  $\gamma$

\*(١٤٦)\*

\*(المسئلة الثالثة)\* اذا كان المعلوم وجه زاوية ثلاثية والزاويتين الزوجيتين  
 المجاورتين والمطلوب ايجاد الزاويتين السطعيتين الاخرتين والزاوية الثالثة  
 الزوجية يقال

يختار المستوى الافقى مستوى الوجه المعلوم  $\alpha$  كما في (الشكل ١٣٣)  
 فيكون ضلع الزاوية  $\alpha$  الاثرين  $\gamma$  و  $\gamma$  لمستويي الوجهين الاخرين  
 اللذين ينسبان الى مستويين رأسيين  $\gamma$  و  $\gamma$  يكونان عمودين  
 عليهما بالتوالي بحيث يصنع كل من الاثرين  $\gamma$  و  $\gamma$  مع خط الارض  
 المقابل له الزاويتين الزوجيتين المعلومتين  $\beta$  و  $\beta$  والغرض من هذه  
 العملية ايجاد المسقط  $\gamma$  لتقاطع المستويين المذكورين وقد علمت طريقة  
 ايجاده في (بند ١٠١) فيؤول الامر حينئذ الى المسئلة العامة انظر  
 (بند ١٤١)

\*(١٤٧)\*

\*(المسئلة الرابعة)\* اذا كان المعلوم وجهي زاوية ثلاثية والزاوية الزوجية  
 المتقابلة لآخذهما والمطلوب ايجاد الوجه الاخر والزاويتين الزوجيتين الاخرتين  
 يقال

يؤخذ المستوى الافقى كما في (الشكل ١٣٤) مستوى الوجه المعلوم

١ المجاور للزاوية المعلومة - ويؤخذ  $\chi$  ض عمودا على  $ق$   
 فيعلم حيثئذ  $ر$  ويؤخذ ايضا  $\chi$  ض عمودا على  $ق$  فاذا فرض ان  
 المستوى  $م$  يدور حول  $ق$  ليشغل الوضع الفراغي الذي يجب ان يشغله  
 تحركت نقطة  $ما$  من  $ي$  في المستوى الرأسى  $\chi$  ض راسمة قوس  
 دائرة  $ج$  وصارت في النقطة التى يقطع فيها المستوى  $ك$  قوس الدائرة  
 المذكورة وهى نقطة يمكن تحصيلها بالبحث عن الاثر  $ك$  انظر (بند ٤٧)  
 ويوجد على العموم نقطتان  $ا$  و  $ب$  يكون مسقطاهما الاقبيان في  
 $ا$  و  $ب$  ويعينان مسقطين اقيين  $ي$  و  $ل$  لتقاطع المستويين  
 $م$  و  $ك$  فيوجد حيثئذ زاويتان ثلاثيتان بواسطة هذه المعالم  
 ولا يمكن الايجاد واحدة اذا كان الاثر  $ك$  مماسا للدائرة  $ج$  ولا يمكن  
 وجود هذه الزاوية اذا كان  $ك$  لا يقابل الدائرة  $ج$

\*(١٤٨)\*

\*(المسئلة الخامسة)\* اذا كان المعلوم زاوية سطحية والزاوية الزوجية  
 المقابلة وزاوية زوجية مجاورة والمطلوب ايجاد الزاوية الثالثة الزوجية والزاويتين  
 السطحييتين الاخرين يقال

يؤخذ المستوى الافقى مستوى وجه مجهول  $ا$  كما في (الشكل ١٣٥)  
 ويفرض المستوى  $م$  للوجه المعلوم  $ب$  منطبقا ويمد  $\chi$  ض عمودا  
 على  $ق$  فنحدث من  $ر$  مع خط الارض  $\chi$  ض الزاوية المعلومة  $ج$   
 المجاورة للزاوية  $ب$  واذا فرض رجوع المستوى  $م$  الى وضعه  
 انتقلت النقطة  $ا$  في  $ا$  التى مسقطها الافقى  $ب$  ومنه يعلم  $ي$   
 ولايجاد  $ق$  يفرض ان المستوى  $ك$  يدور حول محور رأسى مارا بالنقطة

١ - حتى يصير عمودا على المستوى الرأسى  $\chi$  وفى هذا الوضع يصنع  
 اثره الرأسى  $\chi$  مع  $\chi$  الزاوية  $\beta$  المعلومة المقابلة للزاوية  $\beta$   
 ويصير  $\chi$  عمودا على  $\chi$  فاذا فرض رجوع هذا المستوى الى وضعه  
 ترسم النقطة  $\chi$  حول  $\chi$  بمجوعة مركزا قوس دائرة يكون الاثر الافقى  
 $\chi$  مماسا له وما را زيادة على ذلك بالنقطة  $\alpha$  فيتعين حية  $\chi$  وهذا يؤول  
 الامر الى المسئلة العامة انظر (بند ١٤١)

\*(١٤٩)\*

\*(المسئلة السادسة) اذا كان المطلوب تحويل زاوية الى الافقى يقال  
 ان هذه العملية كافي (الشكل ١٣٦) هى عملية الزاوية الثلاثية المعلومة  
 زواياها الثلاث السطحية لكن يمكن ترتيب الشكل على وضع مخصوص وحيث  
 علمت الزاوية الواقعة بين مستقيمين والزاويتان الحادثتان منهما مع المستقيم  
 الرأسى فليكن  $\alpha$  رأس الزاوية و  $\chi$  الرأسى المار بهذا الرأس و  $\chi$   
 احد المستقيمين الصانع مع  $\chi$  الزاوية المعلومة  $\beta$  وليختار المستوى الرأسى  
 للمسط مستوى المستقيمين  $\chi$  و  $\chi$  وليكن المستقيم الآخر  $\chi$  المنطبق  
 على هذا المستوى الرأسى صانعا مع  $\chi$  الزاوية المعلومة  $\gamma$  ولتصنع  
 الزاوية  $\delta = \alpha$  الحادثة من المستقيمين ويؤخذ  $\alpha = \alpha$  ثم يرسم  
 قوسا دائرة بجعل  $\alpha$  مركزا و  $\alpha$  نصف قطرها وجعل  $\delta$   
 مركزا و  $\delta$  نصف قطرها لآخر فية تقاطعان فى  $\chi$  وبإبصال  $\alpha$  يحدث  
 الضلع الثانى  $\chi$  من الزاوية المطلوبة  $\alpha$  ويسهل تصور اسباب اجراء تلك  
 العمليات بدون احتياج الى ايضا حها هنا

\*(١٥٠)\*

\*(المسئلة السابعة)\* اذا كان المطلوب رسم كرة داخل هرم مثلثى

يقال

تقسم الى قسمين متساويين كافي (بند ١٢٨) الثلاث زوايا الزوجية التي اضلاعها غير متلاقية في رأس واحد ويكون مركز الكرة في نقطة تقاطع المستويات القائمة ونصف قطرها بعد هذا المركز عن احدا لوجه انظر (بند ١٣٦)

\*(١٥١)\*

\*(المسئلة الثامنة)\* اذا كان المطلوب رسم ككرة خارج هرم مثلثي

يقال

تقام كافي (بند ٨٣) مستويات اعمدت على منتصف الاضلاع الثلاثة التي لا تكون على وجه واحد فتكون نقطة تقاطعها مركز الكرة المطلوبة ويتحصل نصف قطرها بايصال هذا المركز باحد الرؤس

\*(١٥٢)\*

\*(المسئلة التاسعة)\* اذا كان المطلوب رسم هرم مثلثي على مثلث حاد الزوايا

معلوم وايضا ارتفاعه يقال

يؤخذ مستوى المثلث المعلوم مستويا فقياس كافي (الشكل ١٤٧) ويجعل المستوى الرأسى مستويا عموديا على احدا اضلاعه كالضلع  $ab$  وانتصوهر الهرم مرسوما ونطبق على المستوى الافقى الوجه  $abc$  الذى يكون مستويه عمودا على المستوى الرأسى فيصير مرسوما داخل نصف دائرة قطرها  $ab$  وحيث ان الضلع  $ac$  عمود على هذا الوجه يكون موازيا للمستوى الرأسى ويلزم ان يكون مسقطه الافقى  $ac$  عمودا على  $ab$  فينثذ تنطبق النقطة  $c$  على  $ab$  والوجه  $abc$  على  $ab$  فاذا فرضنا الان ان هذا الوجه يرجع ثانيا الى وضعه رسمت النقطة  $c$  قوس دائرة مركزه  $f$  و على  $ab$  والضلع  $bc$  مماس بالضرورة له ورسم المسقط الافقى  $bc$  دائرة كالاولى يكون الضلع  $bc$  مماسا لها فينثذ يكون هذا المماس ممكنا

دائماً لان نصف القطر  $وسه$  دائماً اصغر من  $وج$  فحينئذ يكون  $ج$  خارج  
 المحيط ويتحصل كذلك المسقط  $سه$  الذي منه ينتج  $سه$  ومن ذلك يعلم  
 الهرم فاذا وصلنا بين  $ا$  و  $سه$  حدث المسقط الافقي للضلع  $اسه$  العمود  
 على الوجه  $سهج$  وحينئذ يكون  $اسه$  عموداً على  $سهج$  كما يكون  
 $سه$  عموداً على  $اهج$

وحيث ان ارتفاع الهرم معلوم في  $مهج$  تصيرا لا وجه الثلاثة اذا  
 طبقت مرسومة داخل انصاف دوائر اوتارها المجاورة لرأس واحد من  
 المثلث متساوية

المسئلة المتقدمة توصلنا الى نتيجتين هما ان تقول  
 \*(اولا)\* انه يمكن دائماً رسم هرم مثلثي على مثلث ما حاد الزوايا مجعول  
 قاعدة

\*(وثانيا)\* ان الاعمدة النازلة من رؤس مثلث ما على الاضلاع المقابلة لها  
 تتلاقى في نقطة واحدة وقد برهننا على ذلك فيما اذا كان المثلث حاد الزوايا واما  
 اذا كان المثلث منفرج الزوايا  $اهج$  كما في (الشكل ١٣٨) فانا  
 اذا انزلنا من الرأسين  $هـ$  و  $ج$  للزاويتين الحادتين عمودين على الضلعين  
 المقابلين لهما تقاطعا بالضرورة في النقطة  $د$  الخارجة عن المثلث  $اهج$   
 وحدث منهما بالضرورة مثلث آخر  $سهج$  حاد الزوايا فيه المستقيمان  $سهج$   
 و  $سه$  عمودان على الضلعين  $هـج$  و  $سد$  فحينئذ يصير المستقيم  
 $دا$  عموداً ايضا على  $سهج$  فحينئذ المستقيمان  $دا$  و  $سه$  و  $سهج$   
 النازلة من رؤس المثلث  $اهج$  الثلاث اعمدة على الاضلاع المقابلة للرؤس  
 تتلاقى في نقطة واحدة  $د$  داخله او خارجة بحسب كون المثلث حاد  
 الزوايا او منفرجها

\*(المسئلة العاشرة)\* اذا كان المطلوب قطع هرم مثلث قائم الزوايا السطحية بحيث يكون المقطع مثلثا حاد الزوايا معلوما يقال  
 اذا طبقنا وجوه الهرم الثلاثة المفروض في (الشكل ١٣٩) فالنقطة  
 ا و ب و ج المثلث الذي يكون المقطع مساويا له كما في (الشكل ١٤٠)  
 فيكون قاعدة الهرم مثلث قائم الزوايا السطحية مصنوع في رأس الهرم المفروض  
 ولنبسط ذلك الهرم فتحصل حينئذ الوجوه ا ب و ب ج و ج ا ب  
 و ب ج و ج ا ب التي تؤخذ على التوالي داخل المثلث س ا ب و  
 س ا ب و س ب ج كما في (الشكل ١٣٩) ثم اذا نقلت النقطتان  
 ا و ا' والنقطتان ب و ب' والنقطتان ج و ج' في النقط ا و ب و ج  
 الكائنة على مساقط الاضلاع الثلاث تحصل لنا المسقط الافقي لمثلث المقطع وبه  
 يسهل ايجاد مسقطه الرأسى وحينئذ نعين مستويه تعينانا وما يمكن زيادته على  
 ذلك ايجاد اثره اذا اريد ذلك

\*(المسئلة الحادية عشر)\* اذا كان المطلوب قطع هرم مربعي قاعدته شبه  
 منحرف بمستوي بحيث يكون المقطع شكلا متوازي الاضلاع يقال  
 يؤخذ مستوى قاعدة الهرم التي هي ا ب ج د مستويا افقيا فلا يحتاج الى  
 المستوى الرأسى ثم يمد ضلعا القاعدة الغير المتوازيين ا د و ب ج الى ان  
 يتلاقيا في النقطة و فيتقاطع مستويا الوجهين س ا د و س ب ج  
 في المستقيم و الذي يمر بالنقطتين س ا و ب ويتقاطع ايضا مستويا  
 الوجهين س ا ب و س ب ج اللذين اثراهما الاققيان متوازيان في  
 افق لهما ما من النقطة س اذا تقرر ذلك فالترمز بالحرف م لمستوى  
 القطع وحيث انه يقطع الوجهين س ا ب و س ب ج في مستقيمين متوازيين  
 وموازيين بالضرورة لمتقاطع مستويي هذين الوجهين يكون هذان المستقيمان

موازيين لخطى  $a$  و  $b$  د وللأثر  $c$  فيلزم ان يكون الأثر  $c$  موازيا  
 للخط  $a$  ويمكن زيادة على ذلك ان يؤخذ هذا الأثر كيف ما انفق ثم ان المستوى  
 $m$  يقطع الوجهين  $a$  و  $b$  في مستقيمين متوازيين وموازيين  
 للمستقيم  $c$  ومارين من النقطتين  $a$  و  $b$  فاذا ما حينئذ من هاتين  
 النقطتين موازيان للمستقيم  $c$  يقطعان  $a$  و  $b$  و  $c$  و  
 و  $c$  في النقط  $a$  و  $b$  و  $c$  و  $d$  ووصل بين  $a$  و  $b$   
 وبين  $c$  و  $d$  كان الشكل  $a$   $b$   $c$   $d$  هو المسقط الأفقي للمقطع ويلزم  
 ان يكون شكلا متوازي الاضلاع

وحيث ان الضلعين  $a$  و  $b$  موازيان بالتوالي للخط  $a$  وللمسقط  
 و يلزم لاجل ان يكون متوازي الاضلاع  $a$   $b$   $c$   $d$  قائم الزوايا ان يكون  
 و عمودا على  $a$  و لاجل ان يكون المسقط  $a$  و  $b$  و  $c$  و  $d$   
 شكلا معينيا يلزم التنبيه الى ان كل مستو مواز للمستوى  $m$  يقطع ايضا في هذه  
 الحالة الهرم في شكل متوازي الاضلاع مسقطه الأفقي شكل معين وحينئذ  
 يمكن اخذ  $a$  انما للمستوى القاطع كافي (الشكل ١٤٢)  
 فيكون بالضرورة  $a$  احد ضلعي المعين والاخر مساويا له ضرورة  
 فبأخذ النقطة  $a$  مركزا و  $a$  نصف قطر يرسم محيط دائرة تؤخذ  
 عليه النقطة  $d$  بالاختيار واذا من النقطة  $c$  مواز للمستقيم  $a$  قطع  
 $d$  في نقطة  $a$  وكان يمكن رسم المحيط المذكور يجعل النقطة  $a$   
 مركزا ثم فيكون المسقط  $a$   $b$   $c$   $d$  مربعا اذا كان  $d$  على المحيط المتقدم و  
 عمودا على  $a$



بمستوي بحيث يكون المقطع متوازي الاضلاع يقال  
 يؤخذ المستوى الافقي مستوى القاعدة  $ا-ب-ج-د$  كما في (الشكل ١٤٣)  
 ولا يرسم هنا المسقط الرأسى لسهولة ايجاده متى اريد ثم يمد الضلعان المتقابلان  
 $ا-و$  و  $ج-د$  الى ان يتلاقيا في نقطة  $و$  وبالوصل بين النقطتين  $و$  و  $س$   
 يتحصل المسقط الافقي  $س-ي$  لتقاطع مستويي الوجهين  $س-ا-و$  و  $س-ج-د$   
 ثم يمد ايضا الضلعان المتقابلان  $ا-د$  و  $ج-س$  الى ان يتلاقيا في نقطة  $و$   
 وبالوصل بين النقطتين  $و$  و  $س$  يتحصل المسقط الافقي  $س-ي$  لتقاطع  
 مستويي الوجهين  $س-ا-د$  و  $س-ج-س$  فيكون المستقيم  $و-و$   
 الاثر الافقي للمستوى (ي-ي) أو  $س$  اذا قرر هذا وجب ان يقطع  
 المستوى القاطع كل وجهين متقابلين من الواجهة المتقابلة في مستقيمين  
 متوازيين وموازيين بالضرورة لتقاطعهما وان يكون هذا القاطع نفسه  
 موازيا للمستقيمين  $ي-ي$  و  $س-ي$  معا وموازيا بالضرورة لمستويهما فيكون  $ق$   
 حينئذ موازيا  $س-ي$  ويمكن ان يؤخذ مستقيم  $ق$  مستوف لهذا الشرط  
 ثم يمد من النقطتين  $س-و$  و  $ص-و$  اللتين هما تقاطع  $ق$  بالمستقيمين  
 $ا-ب$  و  $ج-د$  موازيا للمسقط  $س-ي$  ويمد ايضا من النقطتين  $و$  و  $س$   
 اللتين هما تقاطع  $ق$  بالمستقيمين  $ا-د$  و  $ج-س$  موازيا للمسقط  $س-ي$   
 فتقاطع هذه المستقيمتان في نقط على مساقط الاضلاع يتحصل منها المسقط  
 الافقي  $ا-ب-ج-د$  للمقطع الذي يكون بالضرورة شكلا متوازيا  
 الاضلاع

وقد يكون المسقط الافقي  $ا-ب-ج-د$  مستطيلا اذا كان المسقطان  $ي-ي$  و  $س-ي$   
 للتقاطعين عمودين على بعضهما اعني اذا كانت النقطة  $س$  كما في

(الشكل ١٤٤) موجودة على محيط الدائرة المرسوم على القطر  
و

وقد يكون المسقط  $\alpha - \beta - \gamma - \delta$  شكلا معيننا اذا كان المثلث  $\alpha - \beta - \gamma$  وسمه  $\alpha$   
كافي (الشكل ١٤٥) متساوي الساقين واذا كانت النقطة  $\delta$  زيادة عن  
كون المثلث المذكور متساوي الساقين موجودة على محيط دائرة قطره  $\alpha - \beta$   
يكون المسقط  $\alpha - \beta - \gamma - \delta$  مربعا

\*(الباب الخامس)\*

\*(في انواع المساقط)\*

\*(١٥٧)\*

لم نعتبر فيما تقدم الا المساقط العمودية على مستويين عمودين على بعضهما  
ويمكن ان يراد دائما بمسقط نقطة على مستوي النقطة التي يقابل فيها مستقيم ما  
مار بالنقطة المعلومة هذا المستوى لكن نوع المساقط المتقدم اكثر استعمالا  
ومع ذلك فقد نستعمل انواع مساقط اخر لا يعتبر فيها الامستوى واحد  
للمسقط وابسطها النوع الذي تتركب منه المستويات المنقسمة  
والموزونة وقد تعين النقطة في هذا النوع بمسقطها العمودي على مستوي يسمى  
بمستوى الاقتران المختار عادة فوق جميع تقط الشكل المنسقط وبعدد مكتوب  
بجوار مسقط النقطة يدل على البعد الكائن بينهما وبين مستوى الاقتران ويسمى  
هذا العدد بمقدار بعد النقطة وتكون مقادير ابعاد النقط الكائنة اعلا  
مستوى الاقتران سالبة ويشاهدان هذا النوع يرجع للمساقط العمودية لانه  
يمكن بواسطة مقدار بعد كل نقطة من نقطة جـ لـ الشكل المنسطة ايجاد  
مسقطه على مستوي عمود على مستوى الاقتران وذلك باختيار خط ما  
ارضى وانزال عمود على هذا الخط من المسقط المعلوم لكل نقطة وان يؤخذ  
على هذا الخط في الجهة المناسبة ابعاد مساوية لمقادير ابعاد هذه النقط انظر  
(بند ٥)

وقد يتعين المستقيم في هذا النوع بمسقطي نقطتين من نقطه ومقداري بعدهما  
انظر (بند ١٨) واما المستوى فيتعين بخطه الاعظم ميلا بالنسبة لمستوى  
الاقتران انظر (بند ٣٨) ويسمى هذا الخط بمقياس ميل المستوى  
وهذا النوع كثير الاستعمال لاسيما في الرسم المتعلق بالاستحكامات واشغال  
حفر وردم الطرق والخجان وما اشبه ذلك

وحيث كان لا يتيسر في العادة فرخ من ورق الرسم فيه كفاية لان يسع صورة  
الاجسام المرسومة ككلها اي على حجمها الطبيعي تختصر الصور الى  
مقياس اختصاري معين يرسم في الصور وتعد عليه المقادير الافقية وتبقى  
مقادير ابعاد النقط على حقيقة ادا تمام لم يرد عمل المسقط الرأسى للجسم فانها تصغر  
بتصغير الجسم على مقتضى مقياسه الاختصاري وسيشاهد مع ذلك انه لا يمكن  
في بعض الاحيان تصغير المسطتين الافقى والرأسى بنسبة واحدة بسبب امور  
سيأتى ذكرها فيما بعد

\*(١٥٨)\*

المساقط المائلة هي المساقط التي تتعين بمستقيجات مائلة بالنسبة لمستوى  
المسقط ومتوازية كلها ولاجل امكان ايجاد مسقط النقطة المائل يلزم معرفة  
اتجاه وميل المستقيم المسقط لها بالنسبة لمستوى المسقط ويعين الاتجاه عادة  
بميله يعنى بالنسبة الواقعة بين ارتفاع وقاعدة المثلث القائم الزاوية الحادث  
من المستقيمين المسقطين للنقطة اسقاطا عموديا ومائلا ومن المستقيم الواصل بين  
المسقطين فينتج من ذلك ان النقطة تتعين بمسقطها العمودى والمائل على مستو  
واحد لان المسقط العمودى يعلم منه مستقيم توجد عليه النقطة المذكورة  
وببعد المسقطين مع النسبة المعلومة بين ارتفاع المثلث القائم الزاوية المذكور  
وقاعدته يتعين البعد بين النقطة ومستوى المسقط فاذا كانت الخطوط المسقطة  
مائلة بتدر ٤٥° على مستوى المسقط يكون المثلث القائم الزاوية متساوى  
الساقين وتكون قاعدته مساوية لارتفاعه فيكون بالضرورة البعد الكائن بين  
النقطة ومستوى المسقط مساويا للبعد الكائن بين مسقطيها

ويسمى هذا المسقط الثانى في نظرى الظل بالظل الساقط من النقطة على  
مستوى المسقط الافقى المأخوذ عادة مستويا هندسيا واما المستوى الرأسى  
فيؤخذ في القطوع والارتفاعات

وقد يتعين المستقيم ايضا بمسقطه العمودى ومسقط مائل على المستوى المذكور  
والمستوى بمسقطى خطه الاعظم ميلا واما ما يسمى بالمنظور العسكري فليس

الاسقاطا مائلا ويستعمل ايضا في اشغال صناعة القناطر والجسور لايضاح  
تفاصيل اوصال اجزاء التراكييب الداخلية

\*(١٥٩)\*

ويطلق اسم المساقط الاسطوانية على المساقط العمودية والمائلة التي ذكرت  
انفا وهنالك نوع آخر من المساقط يسمى بالمساقط المخروطية ويسمى ايضا  
بالمساقط المركزية او القطبية وفي هذا النوع تمر جميع المستقيمات المسقطة بنقطة  
واحدة ثابتة تسمى قطبا او مركز المساقط

ويستعمل في هذا النوع مستويان قائما الزاوية يسمى احدهما بالمستوى  
الهندي الذي تسقط عليه اسقاطا عموديا جملة الشكل والاخر بمستوى  
المنظور الذي يجري عليه المسقط المخروطي او منظور تلك الجملة ويطلق على خط  
الارض في هذه الحالة اسم قاعدة مستوى المنظور

وتعين اي نقطة في الفراغ متى علم مسقطها العمودي على المستوى الهندي  
ومنظورها وقاعدة مستوى المنظور ومركز المساقط او نقطة النظر ويمكن تعيين  
النقطة ايضا في الفراغ بواسطة منظورها ومقدار بعدها عن المستوى الهندي  
ومسقط نقطة النظر على مستوى المنظور وبعدها عنه ومقدار بعدها لانه  
يمكن بواسطة هذا المعالم معرفة مسقط النقطة على المستوى الهندي وان  
مقدار بعد نقطة النظر قد يعين قاعدة مستوى المنظور

\*(١٦٠)\*

لكن اذا لم يكن المطلوب الانسب الوضع على مستوى يمكن ان يفرض لجميع النقط  
والمستقيمات مسقط واحد ويبقى وضع الشكل في الفراغ اختياريا وقد سبق  
استعمال هذا في بعض مسائل من الباب الثالث من هذا الكتاب وظهرت  
عدة مؤلفات تتعلق بهذا الغرض

\*( في المستويات المنتسبة والموزونة ) \*

هذا الفصل يحتوى على قياس الابعاد الاقضية بمقياس اختصارى مقدر عليه  
المتر الواحد بهذا المقدار ٠.٠١ م كفى (الشكل ١٦٤) واما عشر المتر فقدر  
عليه بواحد من الف من متر بحيث اذا اريد اخذ بعد اصغر من عشر المتر مثلا  
كواحد من مائة يرتب المقياس بهذه الكيفية بان يقام كفى (الشكل ١٤٧)  
من احدى الطرفين للمستقيم ا - عموديوخذ عليه بعد اختصارى عشر  
مرات وبعده من جميع النقط ١ و ٢ و ٣ ..... الى ١٠ خطوط موازية  
للمستقيم ا - ثم يقسم الموازى الاخير الى اجزاء من الف من المتر  
مقدارها عشرة ثم يوصل بين ١ و ١٠ وبين ٢ و ٣ و ٤ الى  
١٠ و ٩ من كل من الموازى المتطرفين فيتضح ان جميع المستقيمت الحادثة  
كلها متوازية وان كل اثنين منها متساويين يحصران على الخطوط الموازية للخط  
ا - اجزاء مساوية ٠.٠٠١ م وان الاجزاء المنحصرة بين خطى ١٠ - ٩  
و ١٠ - ١ من الخطوط الموازية للخط ا - الممتدة من النقط  
١ و ٢ و ٣ ..... الى ١٠ مساوية بالتوالى ٠.٠٠٠١ م و  
٢ و ٣ و ٤ ..... الى ٩ و ٠.٠٠٠١ م و ٠.٠٠٠١ م لانه اذا  
اعتبر الجزء ا - محسوبا على الخط الموازى المار من النقطة ٧ يحدث  
من الثلثين المشابهين ١٠ - ١ - ١ - ١٠ و ٩ - ١٠ - ١٠  
هذه المتناسبة

$$١٠ - ١٠ : ١٠ - ١ :: ٩ - ١٠ : ١ - ١$$

وحيث ان ١٠ - ١ محتوع على ١٠ اجزاء يحتوى المستقيم ١٠ - ١  
على ٧ منها وان ٩ - ١٠ = ٠.٠٠٠١ م يمكن تحويل هذه المتناسبة الى هذه

$$١٠ : ٧ :: ٠.٠٠٠١ م : ١ - ١ = ٠.٠٠٠٧ م$$

وبهذه الكيفية توجد مقادير الاجزاء المنحصرة على بقية الخطوط المتوازية  
اذا تقرر هذا يفرض انه اذا اريد ان يقدر على هذا المقياس طول يساوى  
٧٦٤ م يؤخذ على الخط الموازى ا - المار من النقطة ٤ الطول  
ج د فيكون هو المستقيم المطلوب المحول الى المقياس المذكور لان

هذا المستقيم جـ د يتركب من حـ هـ = ٠.٧ ر. ومن دـ زـ = ٠.٠٠٦ ر.  
ومن الجزء هـ زـ = ٠.٠٠٠٤ ر. فيكون المجموع الذي هو جـ د  
= ٠.٧٦٤ ر. هو المبين للطول المفروض ٠.٧٦٤ ر. على المقياس  
الاختصاري

\*(المسئلة الاولى)\* اذا كان المطلوب ايجاد مقدار بعد نقطة ما معلومة المسقط  
وعلى مستقيم معلوم يقال

يفرض المستوى المسقط للمستقيم المعلوم و على مستوى الاقتران المعتبر  
افقيا ك كما في ( الشكل ١٤٨ ) مستويا رأسيا للمسقط بحيث  
يكون <sup>ق</sup> خط الارض خـ ض و يوجد و بان يؤخذ على خطين عمودين  
على خـ ض البعدان <sup>ق</sup> م و <sup>ق</sup> م مساويين بالتوالي لمقداري البعدين  
المعلومين <sup>ق</sup> ص و <sup>ق</sup> ص للنقطتين م و م فبقامة العمود <sup>ق</sup> م  
يدل طوله بالضبط على مقدار البعد المطلوب <sup>ق</sup> ص للنقطة م ثم لايجاد  
المقدار العددي بنسبة مقداري البعدين المعلومين <sup>ق</sup> ص و <sup>ق</sup> ص يد م ل  
موازيا خـ ض فيكون <sup>ق</sup> ل = <sup>ق</sup> ط = <sup>ق</sup> م = <sup>ق</sup> ص فيحدث من  
المثلثين المتشابهين م ل م و م ط م المناسبة م ل : م ط :: ل م : ط م أو  
<sup>ق</sup> م : <sup>ق</sup> م :: <sup>ق</sup> م - <sup>ق</sup> م : <sup>ق</sup> م - <sup>ق</sup> م أو  
<sup>ق</sup> م : <sup>ق</sup> م :: <sup>ق</sup> م - <sup>ق</sup> م : <sup>ق</sup> م - <sup>ق</sup> م  
ومنه يحدث

$$\frac{ص - ص}{ص} = \frac{ص - ص}{ص} \quad و$$

$$ص = ص + \frac{ص - ص}{ص} = \frac{ص - ص}{ص} + ص$$

ولنفرض مثلاً ان و هو المستقيم كافي ( الشكل ١٤٩ ) وان المطلوب



مقدار بعد النقطة م فيوضع على المقياس الاختصاري كما في  
 (الشكل ١٤٦) البعدان الافقيان م م و م م وليفرض انهما ووجد  
 مساويين بالتوالي ٠.٢ م و ٠.١٥ م وهذا يوصل الى الطولين  
 الاصلين س = ٢ م و س = ١.٥ م انظر (بند ١٦١) ومن  
 المعلوم ان معناه زيادة على ذلك ص = ٢.٥ م و ص = ٩.٦ م  
 فيوضع هذه المقادير في القانون المتقدم يحدث

$$\frac{1.5 \times 9.6 + 0.2 \times 0.2}{2} = \frac{1.5 \times 9.6 + (1.5 - 2) \times 0.2}{2} = \text{ص}$$

$$\frac{17}{2} = \frac{14.4 + 2.6}{2} =$$

$$\text{ص} = ٨.٥$$

\* (المسئلة الثانية) \* اذا كان المطلوب ايجاد مسقط نقطة ما معلوم مقدار  
 بعدها على مستقيم معلوم يقال

بعد رسم المستقيم و كما تقدم يؤخذ كافي (الشكل ١٤٨) على م م  
 طول م ل يساوي مقدار البعد المعلوم ص ثم يد ل م موازيا لخط  
 الارض خض فتكون النقطة م هي النقطة المطلوبة التي يكون مسقطها  
 الافقي في م لكن لا بد من ايجاد البعد الكائن بينهما وبين النقطة م ولذا  
 يستخرج بعد تركيب هذه المناسبة

$$\text{س} : \text{س} :: \text{ص} - \text{ص} : \text{ص} - \text{ص} \text{ كما تقدم}$$

$$\text{س} = \frac{\text{س}(\text{ص} - \text{ص})}{\text{ص} - \text{ص}}$$

واذا فرض مثلاً كافي (الشكل ١٥٠) ان و المستقيم المعلوم والمطلوب  
 ايجاد نقطة عليه مقدار بعدها ٨ يقال بعد وضع البعد م م على المقياس  
 الاختصاري الذي هو شكل ١٤٦ يفرض ان هذا البعد وجد مساوياً  
 للعدد ٠.٠٥ م الموصل الى س = ٥.٥ م انظر (بند ١٦١) ومن

المعلوم ان معنا زيادة عن ذلك  $\text{ص} = ١٦,٣٠$  و  $\text{ص} = ١٣,٧٠$   
و  $\text{ص} = ٨$  فينتج  
 $\text{ص} - \text{ص} = ٨ = \text{ص} - ١٦,٣٠ = ٨,٣٠$  و  
 $\text{ص} - \text{ص} = ١٣,٧٠ - ١٦,٣٠ = ٢,٦٠$   
فبوضع هذه المقادير في القانون المتقدم نزول العلامة - وكان يمكن التخي  
عن هذه العلامة من اول الامر لانه لو فرض مقدار البعد  $\text{ص}$  في الشكل ١٤٨  
اكبر من مقدار البعد  $\text{ص}$  ومن مقدار البعد  $\text{ص}$  سهلت معرفة كون  
هذه الاعمال توصل الى هذا القانون  $\text{س} = \frac{\text{ص} - \text{ص}}{\text{ص} - \text{ص}}$   
الذي يدل فيه  $\text{ص} - \text{ص}$  و  $\text{ص} - \text{ص}$  بالمقادير الموجبة  
 $٨,٣٠$  و  $٢,٦٠$  ومنه ينتج حينئذ

$\text{س} = \frac{٨,٣٠ \times ٠,٥}{٢,٦٠} = \frac{٤١٥}{٥٢} = \frac{٨٣}{١٠٤} = ١,٥٩٦١٥٣٨٤٦١٥٣$   
أو  $\text{س} = ١,٦٠$  تقريبا فاذا حول هذا المقدار الى المقياس الاختصاري  
يصير  $٠,١٦$  وباخذه على المقياس المذكور ووضع من  $\text{م}$  الى  $\text{م}$   
في جهة مقادير الابعاد المتنازلة تكون النقطة  $\text{م}$  هي النقطة المطلوبة  
فاذا اريد ايجاد اثر المستقيم المذكور على مستوى الاقتران اى النقطة التى مقدار  
بعدها صفر يكفي جعل  $\text{ص} = ٠$  ومنه ينتج  $\text{س} = \frac{\text{ص} - \text{ص}}{\text{ص} - \text{ص}}$   
وينبغي الاهتمام بجعل الابعاد السالبة في جهة مضادة للجهة الموضوع فيها  
الابعاد الموجبة

\*(المسئلة الثالثة)\* اذا كان المطلوب ايجاده ميل مستقيم ما على مستوى  
الاقتران يقال  
ان هذا الميل مقدار الزاوية الحادثة من المستقيم المذكور مع منقطه على هذا  
المستوى فيعلم حينئذ من الشكل ١٤٨ حيث يستنتج منه  
 $\text{ظا ل م م} = \frac{\text{ل م}}{\text{ل م}} = \frac{\text{ص} - \text{ص}}{\text{س}}$

فإذا فرض أن الغرض إيجاد ميل المستقيم و المعلوم في (الشكل ١٤٩)  
يكون معنا  $\text{صه} - \text{صه} = ٤٠$  و  $\text{سه} = ٢$  فينتج  
إذا جعلت الزاوية  $\text{لم} = ١$  و  $\text{ظا} = ١$   $\frac{٤٠}{٢} = ٢٠$   $\text{ر} = ٢٠$   
يحدث

$$\text{لوعا ظا} = ١ = \text{لوعا} = ٢٠ \text{ر} = ٠.٣٤٢٤٢٢٧$$

$$\text{لوعا ظا} (٢٣ \text{ ر} ٦٥) \text{ فينتج} = ١ = ٢٣ \text{ ر} ٦٥$$

\*(١٦٥)\*

\*(المسألة الرابعة)\* إذا كان المطلوب إيجاد البعد بين نقطتين على مستقيم  
معلوم يقال

يحدث من المثلث القائم الزاوية  $\text{لم} = \text{كمافي}$  (الشكل ١٤٨)  
 $\text{م} = \text{م} + \text{ل} = \text{أو} = \text{سه} + (\text{صه} - \text{صه})$   
فإذا كان المطلوب الآن إيجاد البعد بين النقطتين  $\text{م}$  و  $\text{م}$  كما في (الشكل ١٤٩)  
يعلم من (بند ١٦٢)  $\text{سه} = ٢$  و  $\text{صه} - \text{صه} = ٤٠$   
فإذا وضع هذان المقداران في القانون حدث  $\text{م} = \text{أو}$

$$\text{و} = \text{ر} + (\text{٤٠ ر}) = ٤ + ١٩.٣٦ = ٢٣.٣٦$$

أو

$$٤.٨٣٣٢ = \text{و}$$

\*(١٦٦)\*

\*(المسألة الخامسة)\* إذا كان المطلوب إيجاد نقطة بعيدة عن أخرى معلومة  
بمقدار معلوم على مستقيم معلوم يقال

إذا فرضت  $\text{م}$  النقطة المطلوبة يلزم معرفة  $\text{م} = \text{أو} = \text{سه} + \text{م} = \text{أو}$   
 $\text{صه} = \text{وهو علم من (بند ١٦٢)} = \text{صه} - \text{صه} = \text{سه} + (\text{صه} - \text{صه})$   
ثم يحدث من المثلث القائم الزاوية  $\text{م} = \text{ط}$

$$\text{و} = \text{ر} + (\text{صه} - \text{صه}) = \text{ر} + \text{سه} + (\text{صه} - \text{صه})$$

$$= \frac{س٢ [س٢ + (ص٢ - ص٢)]}{س٢} \text{ ومنه ينتج}$$

$$س٢ = \frac{س٢ + (ص٢ - ص٢)}{س٢} \text{ فيكون } س٢ = \frac{س٢ + (ص٢ - ص٢)}{س٢}$$

$$\text{ويستخرج من (١٦٢) } ص٢ = \frac{س٢ + (ص٢ - ص٢)}{س٢}$$

فاذا كان المطلوب الان ان يؤخذ على المستقيم و كافي (الشكل ١٥١)

طول يساوي  $س٢$  بالابتداء من النقطة م يفرض بعد نقل البعد الافقي

$م$  على المقياس الاختصاري كافي (الشكل ١٤٦) ان هذا البعد

وجد مساويا  $٢٠٢٧$  فيستخرج منه  $س٢ = ٢٠٧٠$  ومن المعلوم

ان معنا زيادة عن ذلك  $ص٢ = ١٨$  و  $ص٢ = ٢٥$  فبأبدال

تلك الحروف بمقاديرها في القوانين المتقدمة يحدث

$$س٢ = \frac{س٢ + (ص٢ - ص٢)}{س٢} = \frac{٢٠٧ \times ٢}{٢٧ + (٢٠٧)}$$

$$= \frac{١٤٧٧٨,٢٧٦٦}{٥٦,٢٩} \pm = \frac{٥٦,٢٩ \times ١٦,٢}{٥٦,٢٩} \pm =$$

$$= \frac{١٢١٥٦,٦٣}{٥٦,٢٩} \pm = ٢١٥ \pm \text{ فاذا اخذ من كلا جهتي}$$

$م$  طول يساوي المقدار  $٢٠٢١٥$  المأخوذ بالمقياس الاختصاري

كافي (الشكل ١٤٧) تحصل نقطتان  $م$  و  $م$  هما المسقطان

الافقيان للنقطتين المطلوبتين ومن حيث ان  $س٢$  معلوم فلاجل ايجاد مقدار

البعدين  $ص٢$  و  $ص٢$  يستعمل هذا القانون

$$ص٢ = ص٢ + \frac{س٢ (ص٢ - ص٢)}{س٢} \text{ الذي يحدث منه}$$

$$ص٢ = ١٨ + \frac{٧ \times ٢٠١٥}{٢٧} \pm ١٨ = \frac{١٥٠٠٥}{٢٧} \pm ١٨ = ٥٧٠$$

فيكون حينئذ مقدار بعد النقطة  $م$  هو  $ص٢ = ٢٣,٥٧$  ومقدار

بعد النقطة  $م$  هو  $ص٢ = ١٢,٤٣$  بالتقريب فيكون للكمية

$س٢$  مقداران متساويان ومختلفا لافشار لانه يمكن اخذ النقطة  $م$  من

كلتا جهتي  $\overline{m}$  مقداراً  $\overline{v}$  يقابلان بالتوالي هاتين النقطتين اللتين لا بد  
وان يكون مقدارا بعدهما مختلفين

\*(١٦٧)\*

اذا توازي مستقيمان توازي مسقطاهما الاقبيان بالضرورة وتزايدت مقادير  
ابعاد نقطتهما في جهة واحدة ويلزم ان يكون البعدان الاقبيان لنقطتين من  
كل مستقيم مناسبين لفاضل مقداري بعدهما انظر (بند ٢٢)  
وبالعكس اي اذا توفرت هذه الشروط لا بد وان يكون المستقيمان متوازيين  
فيسهل حينئذ مد مستقيم مواز لا يخرج معلوم من نقطة معلومة

\*(١٦٨)\*

\*(المسئلة السادسة)\* اذا كان المطلوب ايجاد الزاوية الواقعة بين مستقيمين  
يقال

اذا لم يتقاطع المستقيمان المفروضان يمد من نقطة ما موازيان لهما انظر (بند ١٦٧)  
فتكون الزاوية الواقعة بينهما هي الزاوية المطلوبة ولايجاد هذه الزاوية يمكن  
استعمال طريقتين نذكرهما فنقول

\*(اولا) يؤخذ على المستقيمين  $a$  و  $b$  كما في (الشكل ١٥٢) نقطتان  
متحدتا مقداري البعدين ولذا يبحث على المستقيم  $b$  عن النقطة  $c$  التي  
يساوي مقدار بعدها مقدار البعد المعلوم للنقطة  $m$  من المستقيم  $a$  فيكون

المستقيم  $m$   $\overline{v}$  حينئذ افقيا ومساويا لمسقطه  $m$   $\overline{v}$  انظر (اولا من بند ٥٦) واذا  
بحث عن الطولين  $c$  و  $m$  كما في (بند ١٦٣) للجزئين  $dm$  و  $dc$  من المستقيمين  
 $a$  و  $b$  علمت ثلاثة اضلاع المثلث  $dm$   $c$  فيمكن حينئذ ان يستخرج من ذلك  
الزاوية المطلوبة  $m$   $\overline{v}$  فاذا فرض ان المستقيم  $a$  معلوم بالنقطة  $d$  التي مقدار

بعدها  $(٢٣,٥)$  وبالنقطة  $m$  التي مقدار بعدها  $(٢٢,٨)$  وبالمسقط  $dm = ٢٠,٢$   
وان المستقيم  $b$  معلوم بالنقطة  $d$  التي مقدار بعدها  $(٢٣,٥)$  وبالنقطة  
 $e$  التي مقدار بعدها  $(٢٤,١)$  وبالمسقط  $de = ٢٠,٤٥$

يتحصل أولا النقطة  $\bar{C}$  بواسطة القانون المقرري (بند ١٦٣) فيكون

$$\bar{C} = \frac{3,10}{2,26} = \frac{(2,8 - 3,0) \cdot 0,40}{1,22 - 3,0} = 0,14$$

بالتقريب ثم يحدث من القانون المقرري (بند ١٦٥)  $\bar{C} = 0,49 + 0,49$

$$= 0,98 \quad \text{و} \quad \bar{M} = 1,96 + 0,49 = 2,45$$

و  $\bar{N} = 1,40$  ثم يستخرج من علم المثلثات هذان القانونان

$$\frac{S(9-S)}{M} = \frac{1}{f} \quad \text{جت}$$

$$\frac{S(M-S)(C-S)}{(9-S)} = \frac{1}{f} \quad \text{و ظا}$$

بجعل  $S = \bar{M} + \bar{N} + \bar{C}$  وبوضع المقادير المتقدمة وهي  $\bar{M} = 2,45$

$\bar{C} = 0,98$  و  $\bar{N} = 1,40$  في القانون

المذكور ينتج

$$S = \frac{1,40 + 2,45 + 0,98}{3} = 1,61 \quad \text{فيكون}$$

$$S - \bar{M} = 0,98 \quad \text{و} \quad S - \bar{N} = 0,42 \quad \text{و} \quad S - \bar{C} = 0,63$$

ومنه ينتج

$$\frac{0,42 \times 0,98}{1,61 \times 2,04} = \frac{1}{f} \quad \text{فينتج بالضرورة}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{0,98}{2,04} + \frac{1}{f} \quad \text{لوعا}$$

$$+ \frac{1}{f} = \frac{1}{f} + \frac{1}{f} + \frac{1}{f} \quad \text{تمام لوعا}$$

$$4,79708314 + 1,81162464 + 1,990611304$$

$$= 9,0573684 = 4,97104707 +$$

$$41 \quad 18 \quad 04 = \bar{D} \quad \text{فيكون}$$

(وثانيا) \* يمكن اخذ طولين متساويين على الضلعين  $A$  و  $B$  من

الزاوية المطلوبة ولذلك يؤخذ على  $A$  نقطة  $M$  ويبعث عن الطول الحقيقي

للمستقيم دم انظر (بند ١٦٥) ثم نعين على ب نقطة د بحيث يكون د = دم انظر (بند ١٦٦) ويوصل م الى د ويبحث ايضا عن الطول الحقيقي للمستقيم م د فيعلم ثلاثة اضلاع المثلث دم د وحينئذ تحسب الزاوية د بواسطة القوانين المستخرجة من حساب المثلثات ولم نطبق هذه الطريقة على مثال لسهولة الترن عليها

\*(١٦٩)\*

\*(المسئلة السابعة)\* اذا كان مستو معلوما بمقياس ميله ومسقط نقطة منه والمطلوب ايجاد مقدار بعدهما يقال

مقياس الميل كما في (الشكل ١٥٣) حيث كان معيناً بمسقطه ه و بمقداري بعدى النقطتين م و د اللذين هما (٢٣٥٤) و (٢٨١٢) وكانت المسافة م د مساوية ٢٠٠٥ يبحث اولاً عن النقطتين ع و ك اللتين مقداراً بعدهما بالتوالي العددان الصحيحان ٣ و ٨ انظر (بند ١٦٢) ثم تقاس المسافة ع ك وتقسّم الى خمسة اجزاء متساوية ويكتب بجوار نقط هذه التقاسيم ٤ و ٥ و ٦ و ٧ وبهذا يسمل مد القسمة وايجاد اى نقطة اريد معرفة لها لكن يمكن الاستغناء عن ذلك متى اريد ويكفى التنبيه الى ان النقطة س ت توجد على افق من المستوى الذى يكون مسقطه الافق ط عموداً على ه ويقطع ه فى نقطة ر يبحث عن مقدار بعدهما انظر (بند ١٦٣) فيكون عين مقدار بعد النقطة س

وليفرض مثلاً ان النقطة ر قد وقعت بين النقطتين م و د وان م ر = ٢٠٣٦ ومعلوم فى القانون المقرر فى (بند ١٦٢) وهو

$$\text{صه} = \text{صه} + \frac{\text{سه} - \text{صه}}{\text{سه}}$$

ان صه = ٢٣٥٤ و صه = ٢٨١٢ و سه = ٢٥ و سه = ٢٣٦ فيكون



ص - ص = ٨,١٢ - ٣,٥٤ = ٤,٥٨ فيحدث حينئذ بالتبديل

$$\begin{aligned} \text{ص} &= ٣,٥٤ + \frac{٢,٦ \times ٤,٥٨}{٥} = ٤,٥٨ + ٢,٣٠٤ = ٦,٨٣٧٦ \\ \times ٠,٧٢ &= ٢,٣٠٤ + ٢,٣٩٧٦ \text{ فيكون حينئذ مقدار} \\ \text{البعد المطلوب للنقطة س هو ص} &= ٦,٨٣٧٦ \end{aligned}$$

ويرسم مقياس الميل لمستويين متوازيين متقاربين جدا ويقسم دائما الى اجزاء متساوية بحيث تصنع مقادير ابعاد نقط التقاسيم سلسلة اعداد صحيحة لانه يسهل حينئذ ايجاد مقادير ابعاد عدة نقط المستوى المختلفة

\*(١٧٠)\*

\*(المسئلة الثامنة)\* اذا كان المطلوب ايجاد تقاطع مستويين يقال ان هذه المسئلة قد تقدم حلها في (بند ١٠٠) باستعمال مسقطين فينبغي اجراء العمليات التي اجريت في حلها غاية ما فيه يعوض المساقط الرأسية بمقادير الابعاد فيقال

\*(اولا)\* اذا لم يكن المسقطان ه و ه كافي (الشكل ١٥٤) لمقياسي الميل متوازيين يؤخذ نقطتان م و ه على ه مقدارا بعدهما العددين الصحيحان ٨ و ٣ انظر (بند ١٦٣) ويقاس البعد الافقي م ه الذي وجد مساويا ٠,٧٢ و ٢,٠ ويبحث على ه عن نقطتين م و ه متحدين في مقدارى بعدهما مع النقطتين الاوليين وهما ٨ و ٣ ويقاس البعد الافقي م ه الذي وجد مساويا ٠,٤٣ و ٢,٠ ثم يمد من النقطتين م و م بافتيان ط و ط يتقاطعان في نقطة ط من التقاطع المطلوب مقدار بعدها (٨) ويمد كذلك من النقطتين ه و ه افتيان آخران ح و ح يتقاطعان في نقطة اخرى ح من التقاطع الذي تم تعيينه بهما مقدار بعدها (٣)

\*(وثانيا)\* اذا كان المسقطان ه و ه متوازيين كافي (الشكل ١٥٥) فلا يتقاطع حينئذ المستقيمان ط و ط والمستقيمان ح و ح الا ان المسقطي

في هذه الحالة يكون موازيا  $\tau$  و  $\tau$  و مارا ولا بد من نقطة تقاطعهما  
 النهائية ولايجاد نقطة منه يؤخذ على  $\tau$  و  $\tau$  نقطتان حيثما اتفق  
 $\tau$  و  $\tau$  يوصلان بمستقيم  $\alpha$  ثم يد على  $\alpha$  و  $\alpha$  مستقيم  $\beta$   
 مواز  $\alpha$  فيصير هذان المستقيمان  $\alpha$  و  $\beta$  اقليين لمستو ثالث قاطع  
 للمستويين المقروطين في مستقيمين  $\alpha$  و  $\alpha$  يتقاطعان في نقطة  $\sigma$   
 من النقاط المطلوبة فاذا مدام  $\alpha$  من  $\sigma$  مواز للمساقط الاقلية للاقليين كان  
 هو  $\gamma$  ويمكن لايجاد مقدار بعد النقطة  $\sigma$  حساب هذا المقدار على احد  
 المستقيمين  $\alpha$  و  $\alpha$  ويمكن ايضا التنبيه على ان التقاطع  $\gamma$  حيث  
 كان اقلييا لا بد ان يقابل  $\gamma$  و  $\gamma$  في نقطتين متحدثي مقدار البعد وهذا  
 المقدار هو عين مقدار النقطة  $\sigma$  ايضا

\*(وثالثا)\* من البين انه اذا مدم مستقيمان آخران كيف ما اتفق كمستقيمي  
 $\alpha$  و  $\beta$  امكن ايجاد عدة نقط كالنقطة  $\sigma$  مهما اريد من التقاطع  
 $\gamma$  فينئذ هذا الحل يليق ايضا بالحالة التي يصنع فيها المسقطان الاقليين  
 $\gamma$  و  $\gamma$  بدون ان يتوازيا زاوية صغيرة جدا بحيث لا يمكن تلاقي المستقيمين  
 $\tau$  و  $\tau$  والمستقيمين  $\alpha$  و  $\alpha$  الخارج حدود الرسم ويوجد كما تقدم في الحالة  
 الثانية نقطتان بالوصل بينهما يحدث  $\gamma$  ولايجاد مقدارى بعدى النقطتين  
 $\sigma$  و  $\sigma$  يمكن ان يمد من هاتين النقطتين اقليين لا حد المستويين  
 ويبحث عن مقدارى بعدى النقطتين اللتين يقابل فيهما هذان الاقليان  
 مقياس الميل

\*(المسئلة التاسعة)\* اذا كان المطلوب ايجاد تقاطع مستقيم مع مستو  
 يقال

يعد من نقطة من المستقيم المعلوم و كافي (الشكل ١٥٦) مستقيم ما  
 $\tau$  يعتبر اقلييا المستو مارا بالمستقيم و ثم يمد في المستوى المعلوم اقل  $\alpha$

متحد مقدار البعد مع المستقيم ط فيكون كل من هذين المستقيمين  
ط و ح في مستواقي ويتقاطعان في نقطة س من تقاطع المستوى  
المعلوم مع المستوى (وط) فاذا مد مستقيمان اقيان آخران ط و ح  
متحد المقدار ايضا تقاطعا في نقطة ثانية س من التقاطع ي الذي تم  
تعيينه هما والذي يقابل المستقيم و في نقطة ن وهي النقطة المطلوبة

\*(المسئلة العاشرة)\* اذا كان المطلوب انزال عمود من نقطة معلومة على  
مستوى معلوم يقال

حيث كان مسقط العمود عمودا على مسقط افقي المستوى لزم ان يكون  
موازيا ه وان تكون مقادير الابعاد زيادة عن ذلك في جهة مضادة لجهة  
مقادير ابعاد مقياس الميل وان يكون ميلا هذين المستقيمين متممان لبعضهما وبيان  
ذلك ان يفرض من النقطة التي يقابل فيها العمود ن المستوى خط اعظم ميلا  
ا فيكون المستوى (ان) رأسيًا فاذا اعتبر مستويا رأسيًا للمسقط كافي  
(الشكل ١٥٧) كان ا و ن على خط الارض خ ض وتقاطع  
المستقيمان ا و ن في نقطة س وصار عمودين على بعضهما فتكون  
الزاويتان الواقعتان بينهما وبين خ ض متممتين لبعضهما فينتج ظا - = ظت  
ا لكن اذا انزل عمود س ه على خ ض ومد الاقيان ال و د ك  
نتج ظت ا = ال س و ظا - = س د ومنه ينتج  
ال : س د :: س د : د ك

بحيث لو اخذ د ك = س د لتحصل س د = ال فينتج  
اذا اخذ على ه كافي (الشكل ١٥٨) البعد م م = ٢٠,٦٥  
على مقتضى المقياس الاختصاري وكان فاضل مقداري البعدين  
صه - صه = ٢٥ واخذ بالمقياس المذكور البعد ع ع = ٢٥

على  $\bar{u}$  نحصل  $\bar{v} - \bar{u} = ٢٥, ٦٥$  وينتج بالضرورة  
 $\bar{v} = \bar{u} + ٢٥, ٦٥ = ١٨, ١٨ = ٢٥, ٦٥ = ٤٥, ٥٣$

\*(١٧٣)\*

\* (المسئلة الحادية عشر) \* اذا كان المطلوب مد عمود من نقطة معلومة على  
 مستقيم معلوم يقال

يمد أولا من النقطة ع مستو عمود على المستقيم المعلوم و فيكون مسقط  
 مقياس ميله ه موازيا و ثم يبحث عن التقاطع س للمستقيم  
 و مع المستوى فيكون موقع العمود المطلوب ويكون هذا العمود حينئذ  
 المستقيم الواصل من النقطة الحادثة من الى النقطة المعلومه ع

\*(١٧٤)\*

\* (المسئلة الثانية عشر) \* اذا كان المطلوب ايجاد الزاوية الواقعة بين مستقيم  
 ومستوي يقال

ينزل من نقطة من المستقيم عمود على المستوى انظر (بند ١٧٢) ثم يبحث عن  
 الزاوية الحادثة من هذا العمود والمستقيم المعلوم انظر (بند ١٦٨) فتكون  
 هي المتممة للزاوية المطلوبة انظر (ثانيا من بند ١١٩)

\*(١٧٥)\*

\* (المسئلة الثالثة عشر) \* اذا كان المطلوب ايجاد الزاوية الواقعة بين مستويين  
 يقال

ينزل من نقطة اختيارية م عمودان ن و م على المستويين المعلومين  
 انظر (بند ١٧٢) فتكون الزاوية الحادثة من هذين العمودين كما في  
 (بند ١٦٨) هي قياس الزاوية الواقعة بين المستويين المذكورين انظر  
 (ثامنا من بند ١٢٧)

\*(١٧٦)\*

\* (المسئلة الرابعة عشر) \* اذا كان المطلوب ان يمد من مستقيم معلوم مستو  
 يصنع مع مستوى الاقتران زاوية معلومة يقال

ان ميل اى مستوعلى مستوى الاقتران يساوى ميل مقياس ميله وليكن مقدار  
الميل المعلوم للمستوى المطلوب على مستوى الاقتران  $\frac{5}{4}$  فاذا مد من النقطة  
م كمافى (الشكل ١٥٩) خط اعظم ميلا فى المستوى المطلوب وفرض  
معرفة الاثر الافقى ١ لهذا الخط الاعظم ميلا حدث مثلث ام م فيه  
 $\frac{م}{م} : \frac{م}{م} :: \frac{5}{4} : ٥$  ومن حيث ان  $م = ١٣$  يكون  
 $ام = ١٠٤$  فاذا حول هذا البعد الى المقياس المتفق عليه  
فى (بند ١٦١) صار  $١٠٤$  فيلزم حينئذ بجعل النقطة م مركزا  
واخذ نصف قطر يساوى  $١٠٤$  رسم محيط دائرة ومن المعلوم ان  
الاثر الافقى للمستوى لا بد ان يمر بالاثرين الاقبيين للمستقيم المعلوم والخط  
الاعظم ميلا وانه زيادة على ذلك لا بد وان يكون عمودا على المسقط الافقى للخط  
الاعظم ميلا فيلزم ان يكون مماسا للدائرة المذكورة ومار من الاثر الافقى  
للمستقيم و المعلوم لكنه قد يتفق وقوع هذا الاثر الافقى خارج حدود الرسم  
وان يكون نصف قطر الدائرة كبيرا الا انه يمكن ان يوضع الشكل على مستو  
مواز للمستوى الاقتران وان ينتخب مثلا المستوى المار بالنقطة ٥ المساوى  
مقدار بعدها ٧ حينئذ لا يكون مقدار بعد النقطة م المنتسبة الى هذا  
المستوى الجديد الا  $١٣ - ٧ = ٦$  وهذا هو ارتفاع المثلث  
القائم الزاوية وينتج من ذلك قاعدة هذا المثلث او قطر الدائرة بواسطة هذه  
المتناسبة

$٥ : ٤ :: ٧ : ٨٠$  ومنه ينتج  $٨٠ = \frac{٧ \times ٤}{٥}$   
ثم ان المستوى المار من النقطة ٥ يقطع المستوى المطلوب فى خط افقى  
يكون مسقطه الافقى عمودا على مسقط الخط الاعظم ميلا فاذا رسم بجعل  
النقطة م مركزا واخذ نصف قطر يساوى  $٨٠$  محيط دائرة ج  
ومد من النقطة ٥ خط مماس له فى النقطة ع كان المستقيم م ع مسقط

مقياس ميل المستوى المطلوب ويمكن ان يمد من النقطة  $\text{د}$  خط آخر مماس  
للدائرة  $\text{ج}$  وبالوصل بين نقطة التماس  $\text{ع}$  والنقطة  $\text{م}$  يتحصل مسقط  
مقياس ميل مستوا آخر يليق بحل المسئلة المفروضة

فاذا كانت النقطة  $\text{د}$  على الدائرة اي اذا كان  $\text{م}$  يساوي  $٢٠٠٤٨$   
كان للمسئلة حل واحد وكان المستقيم  $\text{و}$  نفسه مقياس ميل المستوى لان  
ميل المستقيم  $\text{و}$  في هذه الحالة يكون مبينا بهذه النسبة

$$\frac{٥}{٢} = \frac{٦٠}{٤٨} = \frac{٧-١٣}{٤,٨}$$

ولاحل للمسئلة اذا كانت النقطة  $\text{د}$  داخل الدائرة او كان  $\text{م}$  اصغر من  
 $٢٠٠٤٨$  لان ميل المستقيم  $\text{و}$  يكون حينئذ اكبر من  $\frac{٥}{٢}$  فلا يمكن  
ايجاد بالضرورة على مستوى يساوي مقدار خطه الاعظم ميلا على مستوى  
الاقتران ميلا مساويا  $\frac{٥}{٢}$

### \*(في المساقط المائلة والظلال الساقطة)\*

اذا اسقطت نقطة فراغية اسقاطا عموديا ثم مائلا على مستوي يكون المستقيم  
الواصل بين المسقطين بالضرورة المسقط العمودي للمستقيم المسقط للنقطة  
اسقاطا مائلا فاذا كان في الفراغ عدة نقط وكانت المستقيمات المسقطات لها  
اسقاطا مائلا متوازية لزم ان تكون مساقطها متوازية ايضا ويكون حينئذ  
مسقطا كل نقطة من النقط المذكورة على مستقيمات كلها متوازية اذا تقرر  
هذا سهل بعد معرفة مسقطي مستقيم ومسقطي نقطة عليهما معرفة مسقطي  
اي نقطة من هذا المستقيم

ومن المعلوم ان اثر المستقيم على مستوى المسقط الذي يعتبر هنا الحقيقا لا بد من  
وجوده على كلا مسقطي المستقيم ويكون بالضرورة في النقطة التي يتقاطع

فيها هذان المسقطان

واذا كان المستقيم افقيا  $\llcorner$  كان مسقطاه متوازيين واذا كان رأسيا  
 آل مسقطه العمودي الى نقطة الا ان المسقط المائل يكون مستقيما مارا بهذه  
 النقطة وموازيا للمستقيمين الواصلين بين مسقطي نقطة واحدة فاذا كان المستقيم  
 موازيا للمستقيم المسقط اسقاطا مائلا لنقطة صار مسقطه المائل نقطة وكان  
 مسقطه العمودي مستقيما مارا بهذه النقطة وموازيا للمستقيمين الواصلين بين  
 مسقطي نقطة واحدة

ثم اذا كان مستقيمان متوازيين لزم ان يكون مسقطاهما المتحد الاسم متوازيين  
 ايضا

\*(١٧٨)\*

قد يكون الاثر الافقي لمستو عمودا على المسقط العمودي لخطه الاعظم ميلا  
 ويكون مسقطا مستقيما افقي من المستوى المذكور موازيين للاثر المذكور انظر  
 (بند ١٧٥) وبمقتضى هذا تحل المسئلة الخامسة عشر

\* (المسئلة الخامسة عشر) \* اذا كان المعلوم المسقط العمودي لنقطة على  
 مستو والمطلوب ايجاد مسقطها المائل او العكس يقال

\* (اولا) \* ليكن  $\omega$  كما في (الشكل ١٦٠) الخط الاعظم  
 ميلا لمستو  $\alpha$  نقطة من هذا المستقيم فلا تعين هذه النقطة في الفراغ

عادة الا متى علم ميل الخطوط المسقطة اسقاطا مائلا  $\omega$  مسقطه  
 العمودي لنقطة  $\beta$  من المستوى ويمكن فرض الافقي  $\beta$  مارا بالنقطة  
 المعلومة وداخلا في المستوى فيبر مسقطه الافقي  $\beta$  بالمسقط  $\omega$  ويكون  
 عمودا على  $\omega$  وحيث كان المستقيمان  $\beta$  و  $\omega$  موجودين في مستو

واحد لزم ان يتقاطعا في نقطة  $\mu$  مسقطها العمودي في  $\mu$  على تقاطع  
 $\omega$  و  $\beta$  فاذا مد حينئذ من  $\mu$  مواز للاتجاه  $\alpha$  للخطوط المسقطة



اسقاطا مائلا كانت النقطة  $\text{م}^{\text{ظ}}$  التي يقابل فيها الموازي المذكور  $\text{و}^{\text{ظ}}$  المسقط المائل للنقطة  $\text{م}$  من المستقيم  $\text{ب}^{\text{ظ}}$  لكن حيث كان هذا المستقيم افقيا كان  $\text{ب}^{\text{ظ}}$  موازيا  $\text{ب}^{\text{ظ}}$  انظر (بند ١٧٦) ثم حيث كانت النقطة  $\text{س}^{\text{ظ}}$  موجودة على المستقيم  $\text{ب}^{\text{ظ}}$  يمد من النقطة  $\text{س}^{\text{ظ}}$  مواز  $\text{ا}^{\text{ظ}}$  يقطع المستقيم  $\text{ب}^{\text{ظ}}$  في النقطة المطلوبة  $\text{س}^{\text{ظ}}$

\* (وثانيا) اذا كان  $\text{و}$  هو الخط الاعظم ميلا للمستوى  $\text{و}^{\text{ا}}$  نقطة من هذا المستقيم  $\text{و}^{\text{س}}$  المسقط المائل لنقطة  $\text{س}^{\text{ظ}}$  كائنة على المستوى يمد من هذه النقطة  $\text{س}^{\text{ظ}}$  افقي  $\text{ب}^{\text{ظ}}$  للمستوى فيكون مسقطا هذا الافقي متوازيين ويكون المستقيم  $\text{ب}^{\text{ظ}}$  عمودا على  $\text{و}^{\text{ظ}}$  فيكون حينئذ  $\text{ب}^{\text{ظ}}$  عمودا ايضا على  $\text{و}^{\text{ظ}}$  ومارا بالنقطة  $\text{س}^{\text{ظ}}$  وحيث كان المستقيمان  $\text{ب}^{\text{ظ}}$  و  $\text{و}^{\text{ظ}}$  في مستوى واحد يلزم ان يتقاطعا في نقطة  $\text{م}^{\text{ظ}}$  مسقطها المائل  $\text{م}^{\text{ظ}}$  الذي هو تقاطع المستقيمين  $\text{و}^{\text{ظ}}$  و  $\text{ب}^{\text{ظ}}$  ومنه ينتج  $\text{م}^{\text{ظ}}$  واذا مد من هذه النقطة مستقيم يوازي  $\text{ب}^{\text{ظ}}$  كان هذا المستقيم  $\text{ب}^{\text{ظ}}$  ثم اذا مد من النقطة  $\text{س}^{\text{ظ}}$  مواز  $\text{ا}^{\text{ظ}}$  قطع  $\text{ب}^{\text{ظ}}$  في نقطة  $\text{س}^{\text{ظ}}$  وهي النقطة المطلوبة

\* (المسئلة السادسة عشر) \* اذا علم المسقطان العموديان لنقطة ميل واتجاه المستقيمتين المسقطتين وكان المطلوب ايجاد المسقط المائل لهذه النقطة على المستوى الافقي يقال

يلزم ان يمد كما في (الشكل ١٦١) من النقطة المعلومة  $\text{م}^{\text{ظ}}$  مستقيم  $\text{ب}^{\text{ظ}}$  مواز للمستقيم المعلوم  $\text{و}^{\text{ظ}}$  انظر (بند ٢٤) ويبحث عن اثره الافقي فيكون هو المسقط  $\text{م}^{\text{ظ}}$  المطلوب ويمكن ايضا التوصل الى الحالة التي يكون فيها المستقيم  $\text{و}^{\text{ظ}}$  موازيا للمستوى الرأسى بتغيير مستو واتخاب خط الارض الجديد مارا

بالنقطة  $م$  فيثبت ويكون المستقيم  $ب$  في المستوى الرأسى صانعا مع  
 $خ$  زاوية كزاوية المستقيم  $و$  مع المستوى الافقى وقاطعا  $خ$   $ص$   
 في النقطة  $ظ$  المطلوبة

وهذا الحل الاخير هو الواجب استعماله متى فرضت النقطة  $م$  معلومة  
 بمسقطها الافقى وبمقدار بعدها كما في (الشكل ١٦٢) وفرض  
 المستقيم  $و$  ايضا معلوما بمسقطه الافقى وميله  $ا$  او معلوما بمقدارى

بعدي نقطتين منه يمكن ان يستنتج منهما هذا الميل فيثبت  $م$  المستقيم  
 $ب$  موازيا للمستقيم  $و$  ويقام  $م$  عمودا على  $ب$  ومساويا لمقدار  
 بعد النقطة  $م$  المختصر بالمقياس المتفق عليه اذا لم تكن الصورة على مقدارها  
 الطبيعى التى وجدت عليه ويعد من النقطة  $م$  مستقيم  $ب$  يصنع مع  $ب$   
 الزاوية  $ا$  فتكون النقطة  $ظ$  التى هى تقاطع  $ب$  و  $ب$   
 المسقط المائل المطلوب

فاذا دل المستقيم  $و$  على اتجاه الشعاع الضوئى كانت هذه النقطة  $م$  هى  
 الظل الساقط من النقطة  $م$  على المستوى الافقى ويتحصل كذلك ظلها  
 الساقط على المستوى الرأسى

\*(المسئلة السابعة عشر)\* اذا علم مسقط نقطة وظلها الساقط وميل الشعاع  
 الضوئى وكان المطلوب ايجاد مقدار بعدها يقال

اذا وصل كما في (الشكل ١٦٢) بين المسقطين  $م$  و  $م$  للنقطة  $م$   
 بمستقيم دل هذا المستقيم على المسقط العمودى للمستقيم  $ب$  المسقط  
 اسقاطا مائلا للنقطة  $م$  فاذا مد حيث ثبت من النقطة  $م$  مستقيم  $ب$   
 صانع مع  $ب$  الزاوية  $ا$  المساوية للميل المعلوم للشعاع الضوئى واقيم من

م عمود على ب ومد الى ان يتلاقى مع ب في النقطة م كان المستقيم  
م م مساويا مقدار البعد المطلوب الى النقطة م

\*(١٨١)\*

\*(المسئلة الثامنة عشر)\* اذا كان المطلوب ايجاد الظل الساقط من شكل ما  
كثير السطوح على المستوى الافقى يقال

ليفرض ان المطلوب ايجاد الظل الساقط على المستوى الافقى لهرم ناقص  
مثلا غير متوازي القاعدتين كما في (الشكل ١٦٣) ولنعبر المستوى الافقى  
مستوى القاعدة ا - ج د ه للهرم فيمكن ان تكون نقط المقطع معلومة  
بمسطين عمودين او معلومة بمساقطها الافقية وبمقادير ابعادها وحيث كانت  
هذه المعاليم الاخيرة موصلة بدون واسطة الى تعيين المسقط الرأسى يفرض  
الهرم الناقص معلوما بمسقطيه ويؤخذ زيادة على ذلك المستوى الرأسى عمودا  
على مستوى المقطع ويمكن التوصل الى هذه الحالة دائما باستعمال تغير مستوى  
رأسى ثم يفرض المستقيم ر الذى هو اتجاه الاشعة الضوئية معلوما بمسقطه

ر وميله ا على المستوى الافقى يتحصل مسقطه الرأسى ر اذا تقرر هذا  
نعين المساقط المائلة للرؤوس ا و ب و ج و د و ه لقاعدة  
الهرم الناقص العليا انظر (بند ١٧٩) وبالوصل بينها بمستقيمات  
يتحصل المسقط المائل لهذه القاعدة العليا وبالوصل ايضا بين هذه المساقط  
والرؤوس المناظرة لها المنتسبة الى القاعدة ا - ج د ه تتحصل المساقط المائلة  
لاضلاع الهرم الناقص فن ذلك تتحصل مساقط الواجهة المختلفة من هذا  
الشكل ولاجل ايجاد الظل الساقط من الهرم الناقص على المستوى الافقى  
ننبه اولاً على ان جميع الاشعة الضوئية موازية ر فالماردة من بعض نقط الضلع

س تكون مستويا اثره الافقى س فينتج ان س هو الظل الساقط  
لهذا الضلع وان س ا ا الظلان الساقطان من الضلعين س ا و ا ا  
وحيث كان المستقيم ا - على المستوى الافقى يكون نفس ظله الساقط

فينتج بالضرورة من ههنا ان الظل الساقط لاي نقطة من الوجه ا - ا -  
 يكون في ذى الاربعة اضلاع ا - ا - <sup>ظ</sup> ا - ا - <sup>ظ</sup> ا - ا -  
 الظل الساقط للوجه ا - ا - ويشاهد ايضا ان ا - ا - <sup>ظ</sup> ا - ا -  
 و د د ج ج و ج ج - - <sup>ظ</sup> هي الظلال الساقطة من الوجة ا - ا -  
 ه ه د د و د د ج ج و ج ج - - وان ا - ا - <sup>ظ</sup> هو الظل  
 الساقط من القاعدة العليا ا - ا - <sup>ظ</sup> ولكن حيث ان الظل الساقط يجب ان  
 يكون خارجا عن الهرم ~~يكون~~ من البين وجوده منحصرا في المسافة  
 ا - ا - د د ه ا - ب - مع طرح الاجزاء المحصورة في القاعدة  
 ا - ب - د ه من ادواء الاربعة اضلاع المذكورة

الا انه يتعرض في نظري الظل زيادة على الظل الساقط للبحث عن معرفة اجزاء  
 سطح الجسم المفروض التي تتلقى الاشعة الضوئية او المنيرة والاجزاء التي لاتقع  
 عليها الاشعة الضوئية او المظلمة ويتعرض بعد ذلك الى تعيين الخط الفاصل بين  
 هذين النوعين من الاجزاء ويسمى هذا الخط بالخط الفارق بين الظل والضوء لكن  
 يسمي في مثالنا معرفة انه اذا مدت اشعة ضوئية من جميع نقط محيط الوجه  
 ا - ا - ج ج يتكون اربعة مستويات اثارها الاقضية المستقيمة ا - ب - و  
 ا - ب - ج ج <sup>ظ</sup> <sup>ظ</sup> فكل شعاع ضوئي مار في المسافة المحصورة  
 بين الاربعة مستويات المذكورة يقابل الوجه ا - ب - ج ج فيكون هذا الوجه  
 مضيا وكذلك الوجهان ج ج د د و ا - ب - د ه وحيث كانت الاشعة  
 الضوئية الخارجة من نقط مختلفة من الضلعين ا - ب - و ا - د - مارا خارج  
 الوجه ا - ا - كان هذا الوجه في الظل وكذلك الوجهان الاخران  
 ا - ا - ه ه د د ولهذا السبب جعلناهما مظلمة فالخط المنكسر  
 ا - ا - ه ه د د يكون الخط الفارق بين الظل والضوء للسطح المفروض  
 وليتنبه الى ان جملة المستويات المتكونة من الاشعة الضوئية الخارجة من

النقط المختلفة للخط المنكسر - س أ د د والمستوى الافقي والوجهين  
 س ع ج و ج ع د د كاه اتعين كثير السطوح السائر للمستقييات  
 ظ ظ ظ ظ ظ ظ و ه ه و ج ج و س ع و ج د ولهذا رسمت تلك الخطوط  
 منطقة واما الظل الساقط من الخط الفارق بين الظل والضوء فقد رسم ممثلاً  
 دون غيره وهذه هي كيفية التنقيط متى اريد حل مسألة تتعلق بالظل الساقط  
 لكن اذا اريد حل مسألة بسيطة متعلقة بالمساقط يلزم حيث كانت الخطوط الاخر  
 مساقط للخطوط المرئية ان ترسم هذه ممثلة ايضا

اذاعلم المسقط الافقي والظل الساقط لكثير السطوح على المستوى الافقي وكذا  
 ميل الاشعة الضوئية سهل ايجاد المسقط الرأسى لكثير السطوح او مقادير ابعاد  
 جميع رؤسه فيكون بالضرورة هذا الكثير السطوح معيناً معيناً تاماً بواسطة  
 هذه المعالم وليكن معلوماً المسقط الافقي ا ب ج د ه ا ب ج د ه لهرم ناقص  
 ذي خمسة اوجه و س ا ه د د ه ا ب - ظله الساقط على المستوى الافقي  
 و ا ميل الشعاع الضوئى فيؤخذ ر موازياً ا ا او موازياً س - .....  
 فيدل هذا المستقيم على المسقط الافقي للشعاع الضوئى ويمد ر صانعا مع  
 ر الزاوية ا فيكون هو الشعاع الضوئى فى المستوى الرأسى المسقط له  
 ويمكن ايجاد مسقطه الرأسى ر على مستوياً رأسى خ ض ثم  
 حيث كانت النقط س و ا و ه و د آثاراً افقية للمستقييات الموازية  
 ر المارة بالتوالى من الرؤس س و ا و ه و د للهرم الناقص  
 يقال اذا سقطت هذه النقط على خط الارض فى س و ا و ه و د ومد  
 من هذه النقط خطوط موازى ر كانت النقط س و ا و ه و د  
 فى تقاطعات هذه المستقييات مع الخطوط الاعمدة على خ ض النازلة من النقط

- و ا و ه و د ولايجاد ا رأس الخامسة ج ينبه على انه اذا علم  
 ج وجد ج كما وجدت المساقط الرأسية للرؤس الأخرى ويمكن تحصيل  
 هذه النقطة ج لان من المعلوم ان المستقيمتان <sup>ظ</sup> ا ا و <sup>ظ</sup> - و  
 د د و ه ه ه التي هي المساقط المائلة لاضلاع الهرم تتلاقى في النقطة س  
 التي هي مسقط الرأس س الكثير السطوح المذكور وحينئذ لا بد وان توجد  
 هذه النقطة ج على المستقيم ج س وحيث كانت على خط يوازي ر  
 مار من ج لزم ان توجد على تقاطع هذين الخطين وتكون النقطة س  
 المعتبرة خارج حدود الرسم غالباً ولا تحصل النقطة ج المذكورة بواسطة  
 هذه الطريقة لكن في هذه الحالة يمد من ج خط يوازي ج - مقابل  
 للخط - في نقطة س فيكون المستقيم ج س مسقطاً افقياً  
 لمستقيم ج س كائن في مستوى الوجه - ج - و مواز للخط - ج  
 ومسقطاً لافقي من هذا المستوى بالضرورة فلو اخذ حينئذ المسقط المائل س  
 للنقطة س كما في (بند ١٧٧) ومد من النقطة س خط يوازي  
 س ج او - ج كان هذا المستقيم المسقط المائل للخط س ج  
 كما في (بند ١٧٧) واشتغل بالضرورة على النقطة ج الكائنة ايضاً  
 على خط يوازي ر مار من النقطة ج وبهذه الكيفية يوجد المسقط المائل  
 لاي رأس ليست على الخط الفارق بين الظل والضوء

﴿ في المساقط المخروطة وفي المنظور ﴾

إذا علت نقطة ثابتة في الفراغ و نقطة ما م يكون وم

خطا مسقطا للنقطة م وتكون النقطة التي يقابل فيها هذا الخط  
مستويا معلوما مسقطا مخروطيا أو قطبيا للنقطة م حيث كانت النقطة و  
قطب هذا المسقط فإذا اسقط كذلك جميع نقط جسم كان المسقط المخروطي  
المتحصل حينئذ هو الظل الساقط من الجسم المذكور على مستوى المسقط إذا  
كانت النقطة و نقطة مضيئة أو كان المسقط المذكور هو منظور الجسم  
إذا كانت هذه النقطة عين الناظر ويلزم مع ذلك لايجاد الظل الساقط أن  
يكون الجسم المستضيء موضوعا بين النقطة المضيئة ومستوى المسقط والأفلا  
يكون المجرد مسقط مخروطي وقد ذكر في نظري المنظور أن المستوى الذي  
يقع عليه المسقط المخروطي ويسمى بمستوى المنظور يكون في العادة موضوعا  
بين الجسم وعين الناظر ولا مانع من وضعه وراء الجسم المسقط اسقاطا  
مخروطيا على هذا المستوى

\*(١٨٤)\*

وحيث كانت جميع المستقيمات المسقطة اسقاطا مخروطيا لجميع نقط جملة مارة  
بالقطب و فن الواضح أن جميع المساقط العمودية لهذه المستقيمات على  
المستوى الهندسي المعتبر هنا افقيا تمر بالنقطة و انظر (بند ١٥٩)  
وتمر كل مساقطها على مستوى المنظور بالنقطة و التي هي اثر العمود  
النازل من النقطة و على هذا المستوى  
والمسقطان الافقي والقطبي للنقطة م يكونان بحيث لو وصل بين م و و  
بمستقيم و لقابل هذا المستقيم قاعدة مستوى المنظور في موقع العمود النازل  
من م على هذه القاعدة

\*(١٨٥)\*

المسقط المخروطي لمستقيم يكون مستقيما هو تقاطع مستوى المنظور مع  
المستوى المار بالمستقيم والنقطة و وحيث كانت جميع المستويات المسقطة  
المارة بالنقطة و متقاطعة ينتج حينئذ أنه إذا فرض مستقيمان و و و



متوازيان تقاطع مستوياهما المسقطان لهما في مستقيم ط يوازي و و  
ويقابل مستوى المنظور في نقطة - منها يمر تقاطعا هذين المستويين مع  
مستوى المنظور فحينئذ يتقاطع المسقطان المخروطيان او منظورا المستقيمين  
المتوازيين ومهما كان عدد المستقيمان المتوازيين قسستوياها المسقطات تقاطع  
كلها في مستقيم واحد فمر حينئذ منا طير جميع هذه المستقيمان بنقطة واحدة  
- تسمى بنقطة التلاقى فاذا فرض عدة جل مستقيمان متوازيين كان لكل  
جملة منها نقطة تلاق

فاذا كانت المستقيمان المتوازيين اعمدة على مستوى المنظور كان المستقيم ط  
عمودا ايضا على مستوى المنظور ولم تكن النقطة - مباينة للنقطة و ا بل  
هي نفسها واذا كانت هذه المستقيمان المفروضة موازية لمستوى المنظور كان  
المستقيم ط موازيا ايضا لهذا المستوى وصارت النقطة - منتقلة  
فيما لانهاية له فحينئذ منا طير المستقيمان المتوازيين والموازية لمستوى المنظور  
تكون متوازيين واذا كانت المستقيمان المعلومة ما تله بقدر ٤٥° على مستوى  
المنظور صنع المستقيم ط ايضا زاوية قدرها ٤٥° مع مستوى المنظور  
وقابل في نقطة - بحيث يكون المثلث و - و قائم الزاوية في و  
متساوي الساقين فيه و - = و و اذا كانت المستقيمان المتوازيين  
المذكورة في هذه الحالة افقية كان المستقيم ط اقبيا ايضا وكانت نقطة  
التلاقى - والنقطة و على مواز واحد لقاعدة مستوى المنظور فتكون  
نقطة التلاقى في هذه الحالة مسماة بنقطة البعد ويوجد نقطتا بعد احدهما  
في احدى جهتي النقطة و والاخرى في الجهة الاخرى المقابلة لهما

يتعين المستوى غير المنتهى باثريه على المستوى الهندسي وعلى مستوى  
المنظور كما تبينه في حل المسئلة التاسعة عشر

\*(المسئلة التاسعة عشر)\* اذا علم المسقط العمودي لنقطة ك كائنة

على مستو معلوم باثريه وكان المطلوب ايجاد مسقطها المخروطي او العكس  
يقال

\* (اولا) \* ليكن ق<sup>و</sup> و م<sup>و</sup> اثريين لمستوى ر<sup>و</sup> و م<sup>و</sup> مسقط  
نقطة من هذا المستوى على المستوى الهندسي كما في ( الشكل ١٦٤ )  
فيخرج من النقطة م<sup>و</sup> هذه افقي و من المستوى ر<sup>و</sup> فيكون مسقطه و  
موازيا ق<sup>و</sup> و يقابل مستوى المنظور في نقطة ا<sup>و</sup> من و<sup>و</sup> ويكفي  
في ايجاد المسقط الثاني للمستقيم و ايجاد نقطة تلاقي اقصيات المستوى ر<sup>و</sup>  
ومن المعلوم ان احد هذه الاقصيات وهو و<sup>و</sup> يوجد مع النقطة و على  
مستو افقي ومسقطه و<sup>و</sup> يوازي بالضرورة خ<sup>و</sup> ض<sup>و</sup> و يقابل  
مستوى المنظور في النقطة ا<sup>و</sup> المنسقة في ا<sup>و</sup> ومنه ينتج و<sup>و</sup> ثم يتقاطع  
المستويان المسقطان للمستقيمين و و<sup>و</sup> في مستقيم ط مواز لهما ومن  
حيث انه يمر بالنقطة و يلزم ان يكون كله في مستوى ( و<sup>و</sup> ) فاذا مد  
حينئذ ط<sup>و</sup> موازيا و<sup>و</sup> و ط<sup>و</sup> موازيا خ<sup>و</sup> ض<sup>و</sup> كان الاثر ر<sup>و</sup> لهذا  
المستقيم نقطة التلاق المطلوبة ثم بالوصل بين النقطتين ا<sup>و</sup> و ر<sup>و</sup> بمستقيم  
ينتج و<sup>و</sup> واذا وصل الآن بين ر<sup>و</sup> و م<sup>و</sup> بمستقيم ب<sup>و</sup> ومد هذا  
المستقيم الى النقطة ا<sup>و</sup> من خ<sup>و</sup> ض<sup>و</sup> واقم من هذه النقطة عمودا على خ<sup>و</sup> ض<sup>و</sup>  
الى نقطة تقابله مع و<sup>و</sup> يتحصل المسقط م<sup>و</sup> المطلوب

\* (تنبيه) \* اذا وصل بين النقطتين و<sup>و</sup> و م<sup>و</sup> بمستقيم ب<sup>و</sup> كان  
المستقيمان ب<sup>و</sup> و ب<sup>و</sup> المسقطين العمودين على المستوى الهندسي  
وعلى مستوى المنظور للمستقيم ب<sup>و</sup> المسقط اسقاطا مخروطيا للنقطة م<sup>و</sup>  
\* (وثانيا) \* اذا علت النقطة م<sup>و</sup> فلاجل ايجاد م<sup>و</sup> بمد من

النقطة  $س$  هذا افقي  $و$  للمستوى  $ر$  فيلزم ان يمر  $و$  بنقطة تلاقي  
 المساط القطبية لافقيات المستوى وتحصل هذه النقطة كما سبق ثم بالوصل بين  
 $م$  و  $س$  ينتج المسقط المخروطي  $و$  للافقي المذكور فيقابل  $م$   
 في النقطة  $ا$  التي هي اثر المستقيم  $و$  على مستوى المنظور وباسقاط هذه  
 النقطة على قاعدة مستوى المنظور في النقطة  $ا$  ومد خط يوازي  $ق$  منها  
 يحصل  $و$  فتحصل النقطة المطلوبة  $س$  على هذا المستقيم بل وعلى المسقط  
 الافقي للمستقيم  $ب$  المار من النقطة  $و$  الى النقطة  $س$  لكن هذا  
 المستقيم يقابل مستوى المنظور في النقطة  $س$  المنسقة على  $خ$  في  $ا$   
 وبالوصل بين  $ا$  و  $و$  يحصل مستقيم يقطع  $و$  بالضرورة في النقطة  $س$   
 المطلوبة

\*(المسئلة العشرون)\* اذا علم المسقطان العموديان لنقطة ومسقطا القطب وكان  
 المطلوب ايجاد المسقط المخروطي للنقطة الاولى على مستوى معلوم يقال  
 ليكن  $و$  القطب و  $م$  النقطة المعلومة كما في (الشكل ١٦٥) ويفرض مستوى  
 المنظور عمودا على خط الارض ومنطبقا على المستوى الافقي فيلزم ان يكون  
 مسقط القطب عمودا دائما على مستوى المنظور ويستعمل لايجاده في النقطة  $و$   
 تغيير مستورا في انظر (بند ٤٤) وبهذا توول المسئلة الى مد المستقيم  
 $و$  والبحث عن اثره على مستوى المنظور فيكون المسقط الافقي لهذا الاثر  
 المساوي مقدار ارتفاعه الراسي  $س$  النقطة  $ا$  فاذا اقيم حينئذ من  
 النقطة  $ا$  عمود على  $خ$  واخذ  $ا م = س$   $ا$  تحت النقطة  
 المطلوبة  $م$

فاذا كانت النقطتان  $و$   $م$  معلومتين بمسقطيهما الافقيين وبمقداري  
 بعدهما يبحث على المستقيم  $و$   $م$  عن مقدار بعد النقطة التي تنسقط

في النقطة  $\alpha$  انظر (بند ١٦٢) ويؤخذ  $\alpha$  مساويا للمقدار المذكور فيحصل المطلوب

\*(١٨٨)\*

\*(المسئلة الحادية والعشرون)\* اذا علم مسقطان افقي ومخروطي لنقطة ومسقطا القطب وكان المطلوب ايجاد المسقط الرأسى للنقطة يقال مستوى المنظور هو مستوى رأسى اسقط عليه المستقيم وم انسقاطا عموديا انظر (اولا من بند ١٨٦) وحيث علم المسقطان الاقيان  $\alpha$  و  $\beta$  انقطعتين من هذا المستقيم ومقدار ارتفاعهما  $\alpha$  و  $\beta$  يقال اذا انزل حينئذ من  $\alpha$  و  $\beta$  عمودان على  $\chi\psi$  واخذ  $\alpha\alpha' = \beta\beta'$  و  $\alpha\alpha' = \beta\beta'$  ووصل بين  $\alpha'$  و  $\beta'$  لايبقى الا انزال عمود من النقطة  $\gamma$  على  $\chi\psi$  فيقطع  $\beta'$  في النقطة المطلوبة  $\gamma$

\*(١٨٩)\*

\*(المسئلة الثانية والعشرون)\* اذا كان المطلوب ايجاد منظور  $\gamma$  كثير سطوح يقال  
ليكن المطلوب منظور كثير السطوح المبين في (الشكل ١٦٦) المركب من متوازي السطوح القائم الرأسى والمركب فوقه هرم مربع فيفرض مستوى المنظور عمودا على  $\chi\psi$  ثم يطبق على المستوى الرأسى بتدويره حول اثره الرأسى  $\gamma$  وهذا يرجع الى اعتبار المستوى الرأسى مستويا هندسيا ثم يبحث لاجل ايجاد المنظور المطلوب عن مسقط نقطة النظر على مستوى المنظور بان ينزل من النقطة  $\gamma$  على المستوى  $\gamma$  عمود يقطعه في النقطة  $\gamma$  ثم تبقى هذه النقطة  $\gamma$  عند دوران المستوى  $\gamma$  حول  $\gamma$  بالضرورة على بعد واحد  $\gamma$  من المستوى الافقى وعلى بعد واحد  $\gamma$  من المحور  $\gamma$

فيؤخذ حينئذ على  $و$  بعد  $و$  =  $ن$  فيفتح لنا النقطة  $و$  المطلوبة  
 ويشاهد ان هذا يرجع الى ان يرسم بجعل النقطة  $ن$  مركزا واخذ نصف قطر  
 $ن$  قوس دائرة يقطع  $خ$  ض في النقطة  $ا$  وان يقام من هذه النقطة  
 عمود على  $خ$  ض الى نقطة تقابله مع  $و$  وتحصل جميع النقط الاخرى  
 بهذه الكيفية واما النقطة  $و$  فيمكن تحصيلها باستعمال مجرد تغيير مستواقي  
 مع اعتبار  $ر$  خطا ارضيا جديدا

ثم ان المستقيم  $وا$  يقابل مستوى المنظور في نقطة  $أ$  تحصل مثل النقطة  
 و على مستوى المنظور بان يمد من  $أ$  خط يوازي  $خ$  ض ويؤخذ  
 $ا$   $ا$  =  $ن$   $ا$  وتُحصل ايضا جميع النقط الاخرى  $ا$  و  $ا$  ... من  
 المنظور بالكيفية المارة فيصير المستقيم  $ا$   $ا$  بعد ايجاد المنظورين  $ا$  و  $ا$   
 للنقطتين  $ا$  و  $ا$  منظور المستقيم  $ا$  وكذا يقال في المستقيمات الباقية  
 فيحصل حينئذ  $ا$   $ا$   $ا$   $ا$  وهو منظور القاعدة السفلى لتوازي السطوح  
 $ا$   $ا$   $ا$  و  $ا$   $ا$   $ا$  و  $ا$   $ا$   $ا$  وهي منظورات  
 الالوجه الاربعه الجانبيه الرأسية و  $ا$   $ا$   $ا$  وهو منظور القاعدة  
 العليا و  $ا$   $ا$   $ا$  وهو منظور قاعدة الهرم و  $ا$   $ا$   $ا$  و  $ا$   $ا$   $ا$   
 و  $ا$   $ا$   $ا$  وهي منظورات الالوجه الاربعه

ومن المعلوم ان الناظر الواقف في النقطة  $و$  لا يشاهد الالوجه  $ا$   $ا$   $ا$   
 من متوازي السطوح وتختفي عنه جميع الاضلاع التي لا تنسب لهذا الوجه  
 المذكور ولذلك رسمت بخطوط نقطية على الشكل واما الهرم فن المعلوم ان  
 الضلع  $ا$   $ا$   $ا$  منه ظاهر والضلع  $ا$   $ا$   $ا$  مخبأ بالكلية لكن الضلعان  
 $ا$   $ا$  و  $ا$   $ا$  يشاهدان فوق نقطتي تقاطعهما مع المستوى  $(هـ ف و)$

اللتين لم ينين الا مسقطيهما الرأسين  $\text{د}^{\circ}$  و  $\text{ك}^{\circ}$  ويوجد منظورا هما  
بالضرورة في النقطتين  $\text{د}^{\circ}$  و  $\text{ك}^{\circ}$  اللتين هما تقاطعا المستقيمين  $\text{ك}^{\circ}\text{م}^{\circ}$  و  
 $\text{م}^{\circ}\text{ك}^{\circ}$  مع  $\text{ه}^{\circ}\text{ف}^{\circ}$

ولنبه ايضا على انه حيث كانت المستقيمان  $\text{ا}^{\circ}\text{ر}^{\circ}$  و  $\text{ج}^{\circ}\text{د}^{\circ}$  و  $\text{ه}^{\circ}\text{ف}^{\circ}$  و  $\text{ع}^{\circ}$   
افقية وموازية لمستوى المنظور تكون منظوراتها  $\text{ا}^{\circ}\text{ك}^{\circ}$  و  $\text{ج}^{\circ}\text{د}^{\circ}$  و  
 $\text{ه}^{\circ}\text{ف}^{\circ}$  و  $\text{ع}^{\circ}\text{ك}^{\circ}$  موازية لخط الارض  $\text{خ}^{\circ}\text{ض}^{\circ}$  انظر (بند ١٨٥)  
وانه حيث كانت المستقيمان  $\text{ا}^{\circ}\text{د}^{\circ}$  و  $\text{س}^{\circ}\text{ج}^{\circ}$  و  $\text{ه}^{\circ}\text{ع}^{\circ}$  و  $\text{ف}^{\circ}\text{ح}^{\circ}$  اعمدة على  
مستوى المنظور يلزم ان تتقابل منظوراتها  $\text{ا}^{\circ}\text{ك}^{\circ}$  و  $\text{س}^{\circ}\text{ج}^{\circ}$  و  $\text{ه}^{\circ}\text{ك}^{\circ}$  و  
 $\text{ف}^{\circ}\text{ح}^{\circ}$  في النقطة  $\text{و}^{\circ}$  فيلزم من ذلك ان تكون النقط  $\text{ك}^{\circ}$  و  $\text{ل}^{\circ}$  و  $\text{و}^{\circ}$   
على مستقيم واحد ومن المعلوم ان الاضلاع  $\text{ك}^{\circ}\text{ط}^{\circ}$  و  $\text{ط}^{\circ}\text{ل}^{\circ}$  و  $\text{ل}^{\circ}\text{م}^{\circ}$   
و  $\text{م}^{\circ}\text{ع}^{\circ}$  لقاعدة الهرم مائلة بمقدار  $٤٥^{\circ}$  على مستوى المنظور وان  
الاضلاع المقابلة لها متوازية فاذا اخذ حيث  $\text{و}^{\circ} = \text{و}^{\circ}$  بحيث تكون  
النقطة  $\text{ر}^{\circ}$  نقطة البعد يلزم ان يتقابل المنظوران  $\text{ك}^{\circ}\text{م}^{\circ}$  و  $\text{ط}^{\circ}\text{ل}^{\circ}$  للضلعين  
 $\text{ك}^{\circ}\text{م}^{\circ}$  و  $\text{ط}^{\circ}\text{ل}^{\circ}$  في النقطة  $\text{ر}^{\circ}$  وان يتقابل المنظوران  $\text{ك}^{\circ}\text{ط}^{\circ}$  و  $\text{ل}^{\circ}\text{م}^{\circ}$   
للضلعين الآخرين في نقطة اخرى  $\text{ر}^{\circ}$  كائنة في الجهة الاخرى من النقطة  $\text{و}^{\circ}$   
وعلى بعد منها يساوي  $\text{و}^{\circ}\text{ر}^{\circ}$

ولتتم ما ذكره هذا التنبيه وذلك انه يمكن ان يتوهم من كل نقطة اريد ايجاد  
منظورها افقيان احدهما عمود على مستوى المنظور والاخر مائل عليه  
بمقدار  $٤٥^{\circ}$  ويعدا الى نقطتي تقابلهما بمستوى المنظور ومن المعلوم ان هاتين  
النقطتين تنسبان لمنظوري هذين الافقيين كل واحدة لواحد فاذا وصلت حيث  
اولى النقطتين بالنقطة  $\text{و}^{\circ}$  والاخرى بنقطة البعد المقابلة لها حدث مستقيمان

\*(١٧٠)\*

يتقابلان في منظور النقطة المعالومة ومن البين ان هذه الطريقة المستعملة في ايجاد منظور أي نقطة اسرع من غيرها في ايجاد المنظور

\*(١٩٠)\*

لاجل وضوح الشكل عادة لا يرسم المنظور في الموضع الذي وضعناه فيه هنا بل يشرى مستوى المنظور قبل انطباقه منتقلا الى بعد ما اختياري او يؤخذ على مستوى المنظور محوران احدهما عمود على الآخر او يؤخذ اثره وينسب بعدا كل نقطة من المنظور الى المحورين المذكورين في أي محل اريد وسيتمتع ذلك ايضا كما تاما في المسئلة الثالثة والعشرون

\*(المسئلة الثالثة والعشرون)\* اذا كان المطلوب ايجاد منظور كثير السطوح ومنظور ظله الساقط على المستوى الافقي يقال

حيث كان مستطبا كثير السطوح معلومين كما في (الشكل ١٦٧) ومسططا الشعاع الضوئي كذلك يوجد اول الظل الساقط انظر (بند ١٨١) وانلظ الفارق بين الضوء والظل ومنه تعلم الاوجه المضيئة والاوجه المظلمة اذا تقرره هذا يقال ليكن مستوى المنظور م عمودا على خط ويرسل من النقطة البصرية و اشعة بصرية الى جميع رؤس كثير السطوح المفروض فتقابل هذه الاشعة مستوى المنظور م في نقطتين مواضعها بالتساوي الى محورين قائمين احدهما على الآخر وموجودين في المستوى المذكور ويختار للاختصار اثر هذا المستوى بان يرسم

بالحرف س للمحور الافقي ق وبالحرف ص للمحور الرأسى ر ويرسم الشكل الكائن في مستوى المنظور م أي منظور كثير السطوح منفردا فاذا مد من النقطة و اقيان و و مائلان على ق بمقدار ٤٥ ° قطعا هذا الاثر في نقطتين ر و ر وهما المسقطان الاقيان لنقطتي البعد فبعد رسم المحورين س و ص يؤخذ  $\overline{س ر} =$



نر<sup>و</sup> ويقام من النقطة و عمود على س ويؤخذ و<sup>م</sup> = و<sup>و</sup>  
فتحصل نقطة النظر ثم يمد من النقطة و خط يوازي س ويؤخذ و<sup>م</sup>  
= و<sup>م</sup> = و<sup>و</sup> فيتحصل لنا نقطتا البعد

إذا تقر هذا اعتبر أولا الوجه ا - ب د الذي يعتمد عليه كثير السطوح  
موجودا على المستوى الافقي ولأجل إيجاد منظور نقطة يفرض من هذه  
النقطة مستقيمان أحدهما عمود على مستوى المنظور والاخر مائل عليه بمقدار

٥٤° فير منظور المستقيم الاول بالنقطة و<sup>م</sup> وير منظور الثاني بالنقطة  
ر<sup>م</sup> ويقطع المستقيم الاول ايضا مستوى المنظور في نقطة متباعدة

عن النقطة نر<sup>م</sup> بمقدار ا ا ويقطعه الثاني في نقطة متباعدة عن نر<sup>م</sup>  
بمقدار نر<sup>ا</sup> ومعلوم ان هذين المستقيمين في مستوى افقي فاذا اخذ

على المحور س طول نر<sup>ا</sup> = ا ا وطول نر<sup>ا</sup> = نر<sup>ا</sup> و نر<sup>ا</sup> و نر<sup>ا</sup>  
المستقيمان ا و ا<sup>م</sup> تقاطعا في النقطة ا<sup>م</sup> التي هي منظور النقطة ا

ويقطع المستقيم و - مستوى المنظور في نقطة ب متباعدة عن المحور  
ص بمقدار نر<sup>ب</sup> وعن المحور س بمقدار نر<sup>ب</sup> فاذا اخذ حيث نر<sup>ب</sup>

نر<sup>ب</sup> = نر<sup>ب</sup> واقم على س العمود ب<sup>م</sup> = نر<sup>ب</sup> كانت  
النقطة ب<sup>م</sup> منظور النقطة ب ولأجل إيجاد النقطة ج يؤخذ نر<sup>ج</sup>

= ج ج ويوصل بين ج<sup>م</sup> و و<sup>م</sup> فيكون المستقيم الحادث منظور عمودنازل  
من النقطة ج على مستوى المنظور ثم يقطع المستقيم و ج مستوى

المنظور في نقطة ج<sup>م</sup> مرتفعة بمقدار نر<sup>ج</sup> فاذا اخذ حيث نر<sup>ج</sup> =  
نر<sup>ج</sup> و نر<sup>ج</sup> من النقطة ج<sup>م</sup> مستقيما يوازي س قطع ج<sup>م</sup> و في النقطة

ج المطلوبة واما النقطة د<sup>ا</sup> فحيث كان المستقيم ج د افقيا وموازيا لمستوى المنظور توجد في تقاطع هذا الافق بعينه مع المستقيم د<sup>ا</sup> و<sup>ا</sup> الذي هو منظور عمودنازل على مستوى المنظور المار من النقطة د وبالاتقال الى الوجه ج د هـ ف ح تحصل الرؤس الثلاثة هـ و ف و ح كما حصل منظور النقطة -

واما الرأس ع من الوجه - ج ح ع فقد مددنا لاجل ايجاده افقيين ع ج و ع ج<sup>ج</sup> مائلين بمقدار ٤٥° على مستوى المنظور فـ منظوراهما على التوالي بنقطتي البعد ر<sup>ا</sup> و ر<sup>ب</sup> وتقابلا في النقطة ع<sup>ا</sup> المطلوبة ولاجل تحصيل منظور ع ج ينبغي ان يؤخذ على المحور ص بالابتداء من النقطة ن<sup>ا</sup> طول يساوي ن<sup>ا</sup> ع<sup>ا</sup> ويمد من النقطة المتحصلة خط موازي المحور س ويؤخذ على هذا الموازي الى خلف طول يساوي ن<sup>ا</sup> ج<sup>ج</sup> ثم توصل هذه النقطة الاخيرة بالنقطة ر<sup>ا</sup> لكن اذا فرض ان جملة التركيب تهبط هبوطا رأسيا بمقدار س<sup>ا</sup> يلزم اخذ ن<sup>ا</sup> ج<sup>ج</sup> = ن<sup>ا</sup> ج<sup>ج</sup> و ر<sup>ا</sup> ر<sup>ب</sup> = ن<sup>ا</sup> ع<sup>ا</sup> ووصل ج<sup>ج</sup> و ر<sup>ا</sup> ببعضهما فلم يبق حينئذ الا ان يمد من النقطة ر<sup>ا</sup> خط موازي ر<sup>ا</sup> ج<sup>ج</sup> ويوجد بهذه الكيفية منظور ع ج<sup>ج</sup> فهذان المنظوران يتقاطعان في النقطة ع<sup>ا</sup>

وحيث صارت منظورات رؤس الوجه الثلاث ا د هـ معلومة وكانت جميع الالوجه الاخر متقابلة في الرأس س لم يبق علينا الا ايجاد منظور هذا الرأس من كثير السطوح واننبه لذلك على ان المستقيم وسه يقطع مستوى المنظور في نقطة س<sup>ا</sup> يساوي مقدار ارتفاعها الرأسي ن<sup>ا</sup> س<sup>ا</sup> فاذا اخذ ن<sup>ا</sup> س<sup>ا</sup> = ن<sup>ا</sup> س<sup>ا</sup> ومد من النقطة س<sup>ا</sup> خط موازي س اشتمل هذا الموازي



للا رسم ليستعمل الانسب منها بحسب ما يقتضيه رأيه في كل حالة  
مخصوصة

\*(١٩١)\*

وقد بقيت تنبيهات لازمة في كيفية تنقيط الشكل نذكرها فنقول  
ليتنبه أولا الى ان مسقطى اى جسم عند الناظر الواقف في نقطة غير نهائية هما  
منظورا هذا الجسم بعينه وان شئت قلت ان كل مسقط هو الظل الساقط حين  
تكون الاشعة الضوئية عمدة على مستوى المسقط اذا تقرر هذا تكون اوجه  
كثير السطوح المتلاقية في النقطة  $س$  مرتبة دون غيرها لاناظر الواقف على  
بعد غير محدود على خط عمود على المستوى الافقى فيلزم حينئذ ان  $ت$  تكون  
المستقييات المحصلة لمحيط هذه الواجهة على المسقط الافقى ممثلة وان يكون  
ماعداهما من المستقييات نقطيا وان يكون الخط المنكسر  $ا-ب-ج-د-ه$   
عند هذا الناظر هو المحيط الظاهرى لكثير السطوح  
وبشاهد بالسهولة ان المحيط الظاهرى بالنسبة للناظر الواقف على بعد غير  
محدود على عمود المستوى الرأسى هو الخط المنكسر  $ا-ب-ج-د-ه$   
حينئذ يكون هذا المحيط والمستقييات  $س-ا$  و  $س-ب$  و  $س-ج$  و  $س-د$  و  $س-ه$   
ممثلة

وتنقيط هذين المسقطين يكون بلاشك للاجزاء الخبئة بمستويي المسقط وهذا  
يجبرنا على ان نرسم بخطوط تقطعية بعض الاجزاء التى تكامنا قريبا على وجوب  
رسمها ممثلة ثم ان الاصول المتقدمة المطبقة على جميع الاجسام التى نعتبرها  
في اثناء هذا الكتاب تتمم جميع ما يخص تنقيط مساقط الاشكال الفراغية التى  
يراد بيانها وقد اسلفنا الكلام على الجزء السهل منها انظر (بند ١٦٨)

واما من جهة الظلال فـ  $ت$  كثير السطوح يسقط ظلاله على الجزء  
ظاظ

ا د ج ح ف  $س$  من المستوى الافقى بحيث لو ازيل الجسم وبقي الظل كانت  
صورته كما فى (الشكل ١٦٨) لكن قد يخفى الجسم عن الناظر المشاهد للمسقط

الافقي جزء من هذا الظل فيظهر له في صورة اه ف ط ح ف س ا واذلك لم يظلل  
الا هذا الجزء من المستوى ويسهل في الاوجه المظلمة معرفة كون  
الخط المنكسر ا - ج ح ف س ا هو الخط الفارق بين الظل والضوء  
وينتج حينئذ ان الاوجه ا - ج د و ج د ه ف ح و ه ف س و ا د ه  
و ا ه س كائنة في الظل الا ان الناظر المشاهد للمسقط الافقي لا يرى  
الا الوجهين س ه ف و س ا ه ولذلك لم يظلل الا هما على المسقط  
الافقي ولذا اهتمينا بتوجيه الخطوط الظلية الى جهتين مختلفتين ومن  
المعلوم ان الناظر لا يرى من المسقط الرأسى الا الاوجه س ه ف و  
ا د ه و س ا ه التي يلزم حينئذ تظليلها دون غيرها على المسقط  
الرأسى

واتمام من جهة المنظور فيقال من البين عند الناظر الواقف في النقطة و  
ان المحيط الظاهري لكثير السطوح هو ا - س ه د ا فلا يرى هذا الناظر  
حينئذ الا الاوجه س ا - و س ه س و س ا ه و ا د ه التي منها  
الاولان مستديران والاخران مظللان والمستقيمتان المكوّنة لمحيط هذه الاوجه  
الاربعة ممتدة دون غيرها ثم انه يلزم تظليل جزء منظور الظل الساقط الكائن  
خارج منظور كثير السطوح

متصفا الضلعين المتوازيين ونقطة تقابل القطرين ونقطة تقابل الضلعين الغير  
المتوازيين في شبه المنحرف تكون على خط مستقيم انظر (شكل ١٦٩)  
ويتضح ذلك في شبه المنحرف المتساوي الساقين ا - ج د لان المثلثين ا س ه ج  
و د س ه متساويان فيكون ا س ه و د س ه متساويين ايضا  
فحينئذ يقسم س ه والزاوية س ا الى قسمين متساويين ويمر بالضرورة  
بمنتصبي ا - و د ج لكن يمكن اعتبار شبه منحرف ما ا - ج د مسقطا  
عموديا او مائلا شبه منحرف متساوي الساقين منطبق على ا - ج د فيكون

القطران ا ج و ر د مسقطي القطرين ا ج و ر د ويكون المستقيم  
س و مسقط س و وتكون النقطتان ه و ح مسقطين للنقطتين  
ه و ح و حيث كان هاتان النقطتان منتصفي ا ر و د ج وكان مسقط  
نقطة منتصف مستقيم في كل نوع من المساقط الاسطوانية هو نقطة منتصف  
مسقط هذا المستقيم نفسه تكون النقطتان ه و ح حيث ان منتصف  
المستقيمين ا ر و ج د  
ويستخرج من هنا طريقة قسمة مستقيم وزاوية اوقوس الى قسمين متساويين  
واقامة خط عمود على منتصف مستقيم ما

تم الجزء الاول من هذا الكتاب المستطاب بعون الله الملك الوهاب

وكان الفراغ من تمام طبعه بدار الطباعة العامرة

المنشأة ببولاق مصر القاهرة ادام الله عز منسيتها

ومشيدها بها صاحب السعادة الابدية

والهمة العمرية والفخر العلي الحاج محمد

علي وذلك في عتبي جمادى الاولى

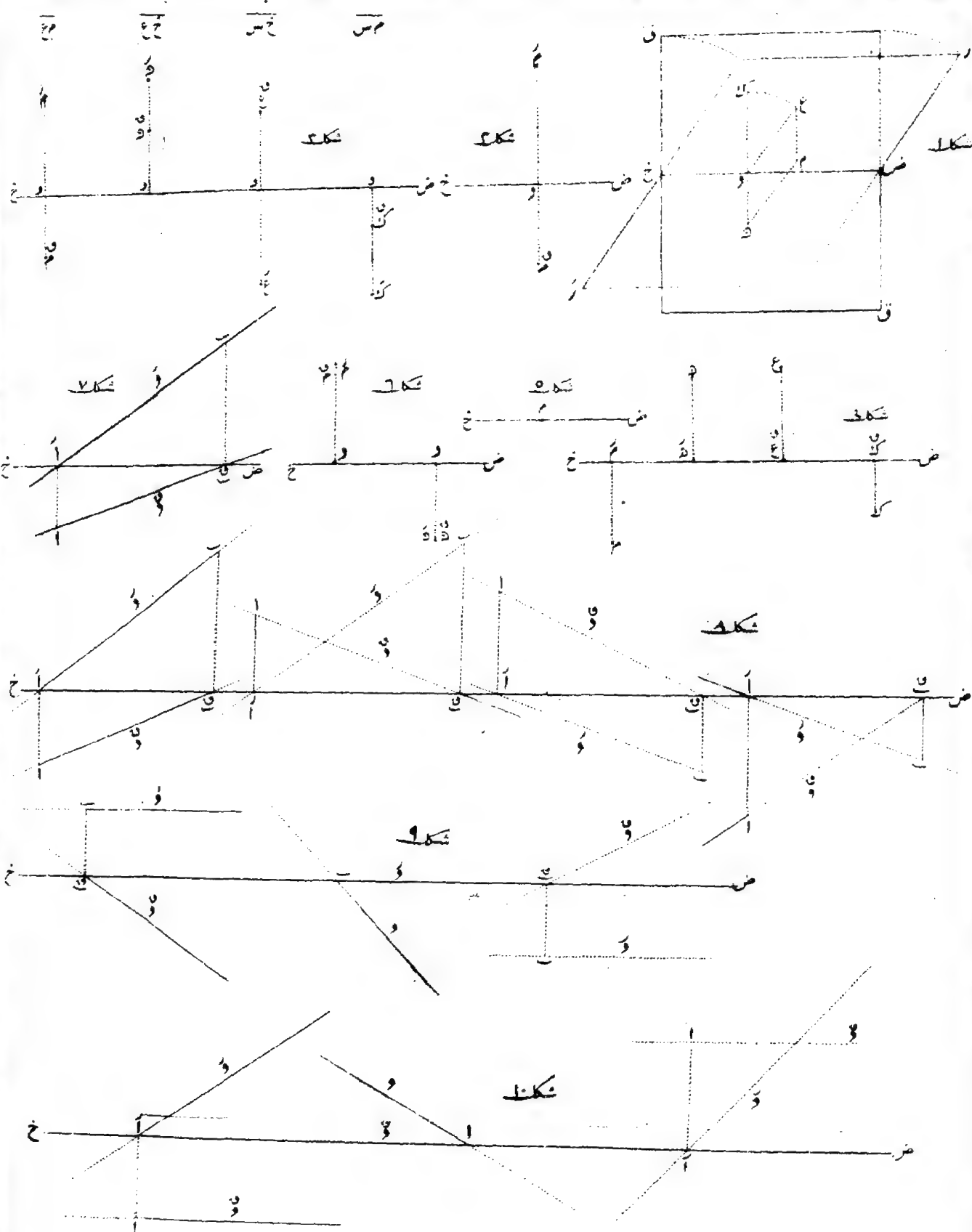
سنة ١٢٦١ من الهجرة النبوية

علي صاحبها افضل

الصلاة وازكى

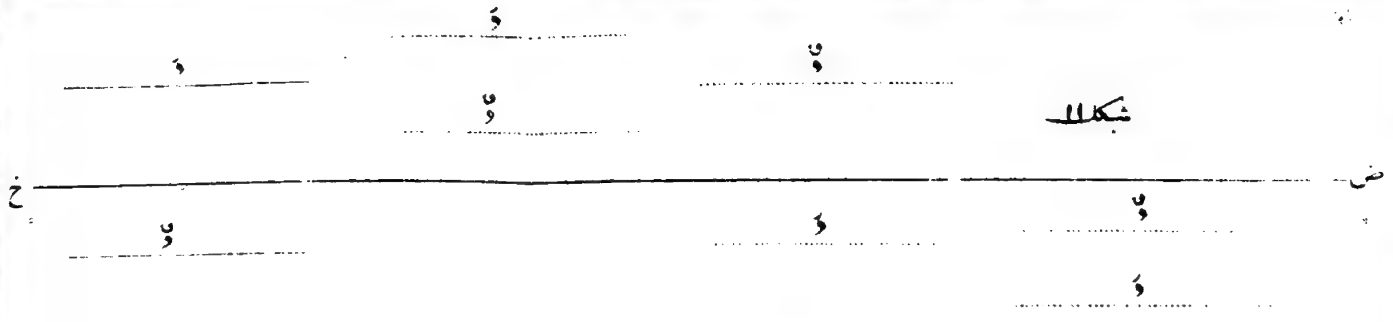
التحية

تم



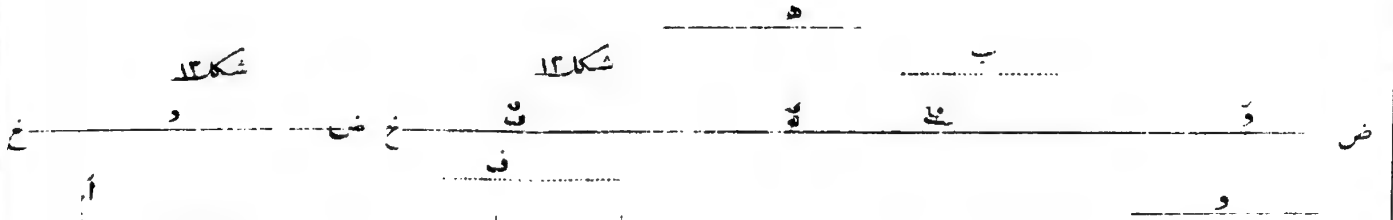


شکلا



شکلا

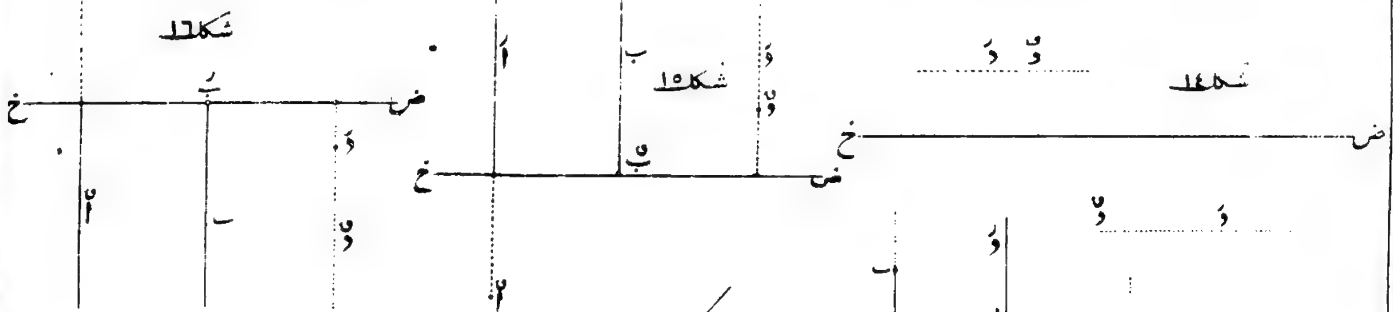
شکلا



شکلا

شکلا

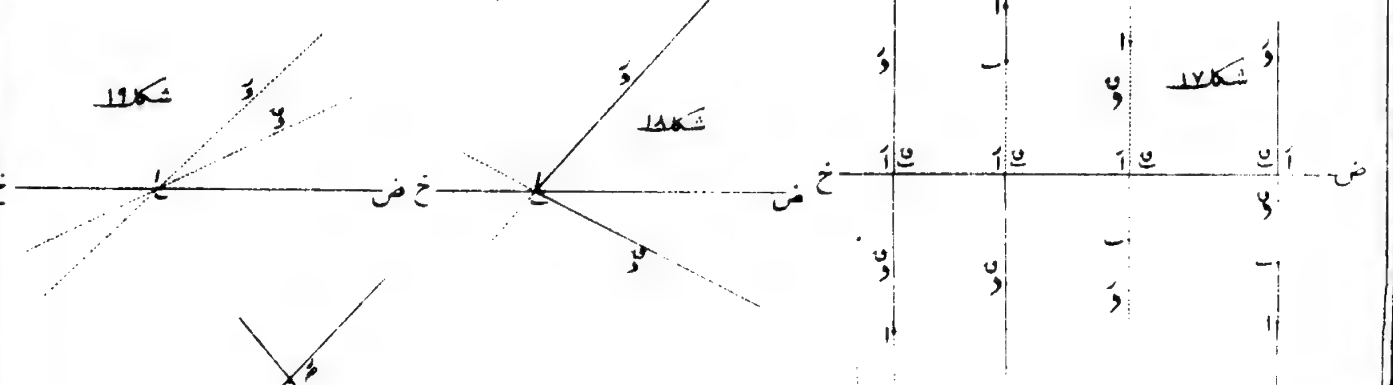
شکلا



شکلا

شکلا

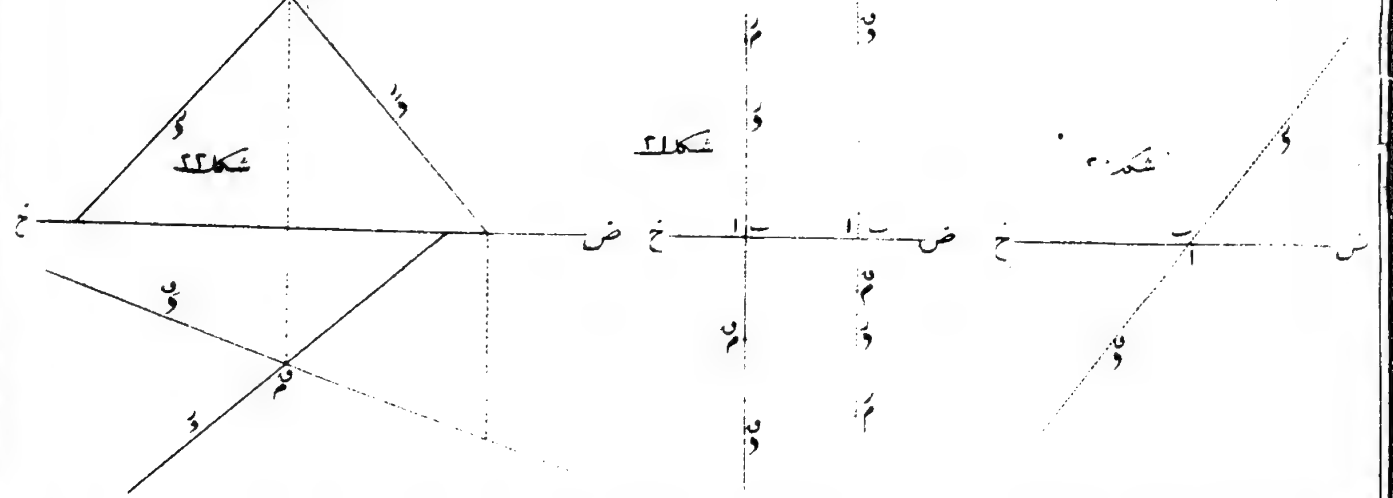
شکلا

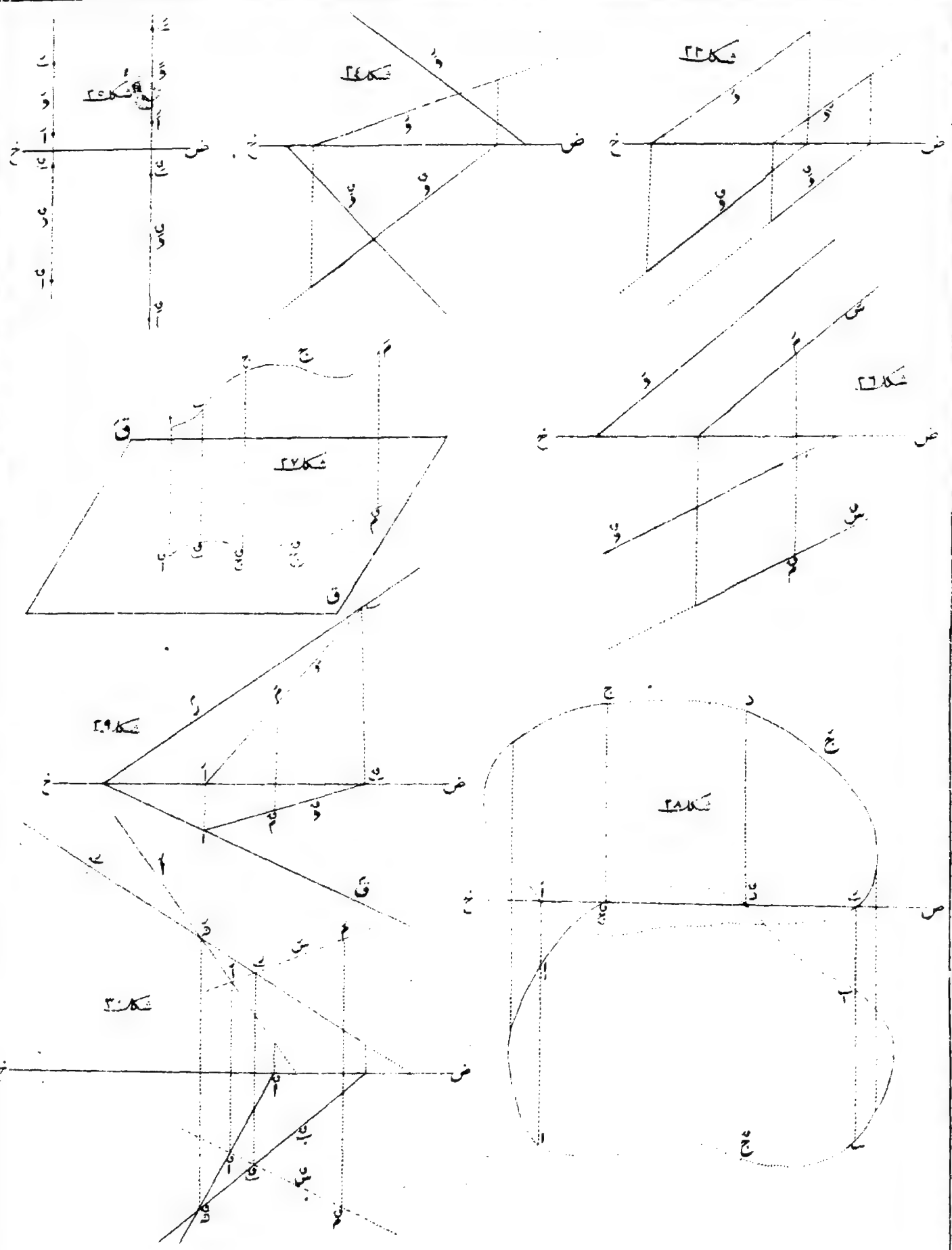


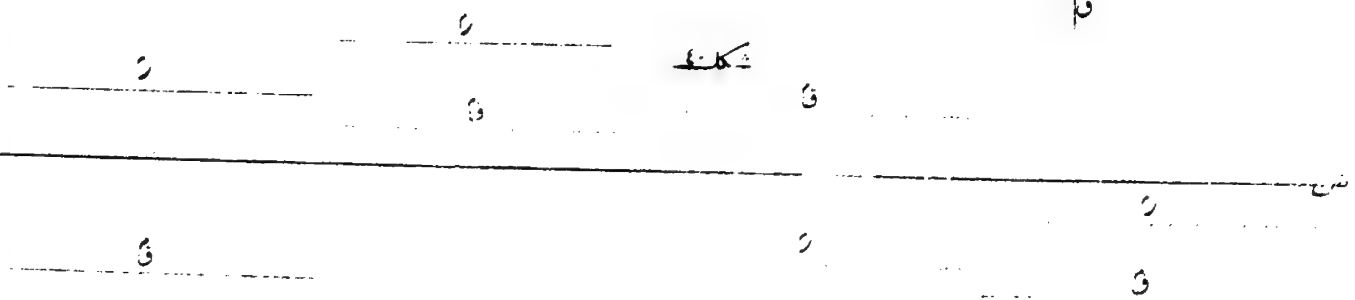
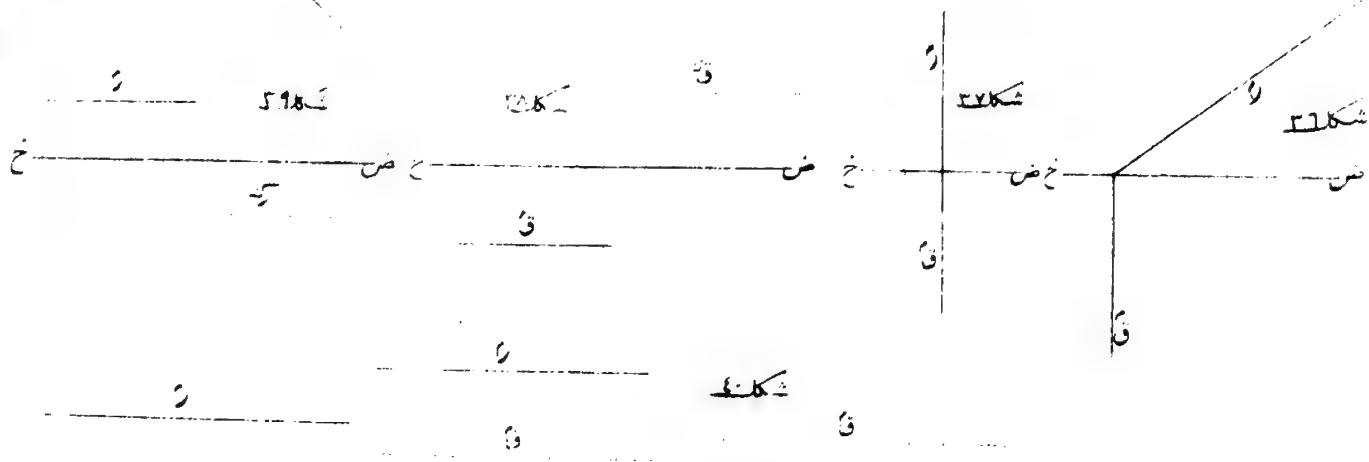
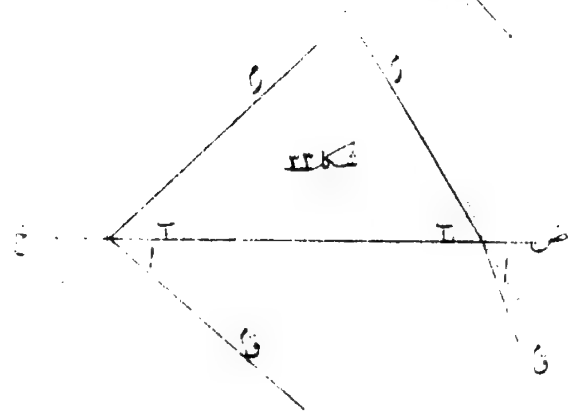
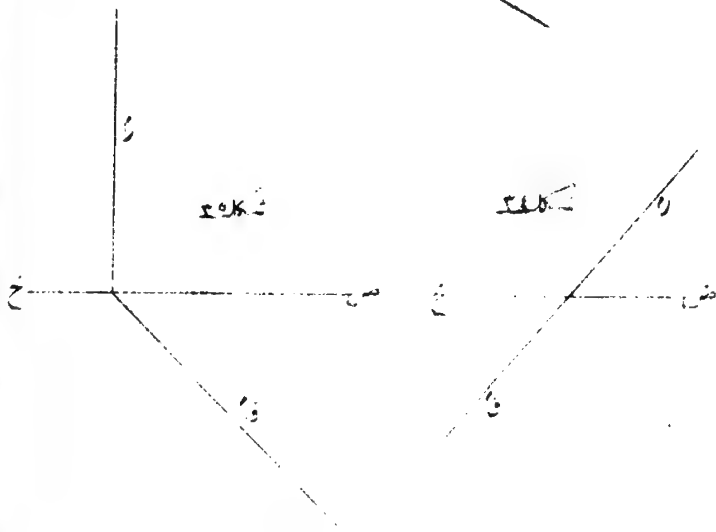
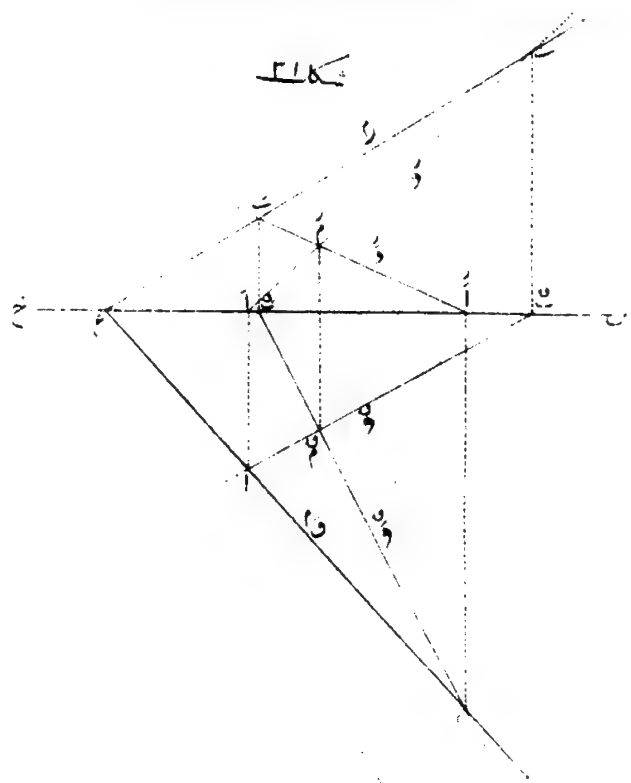
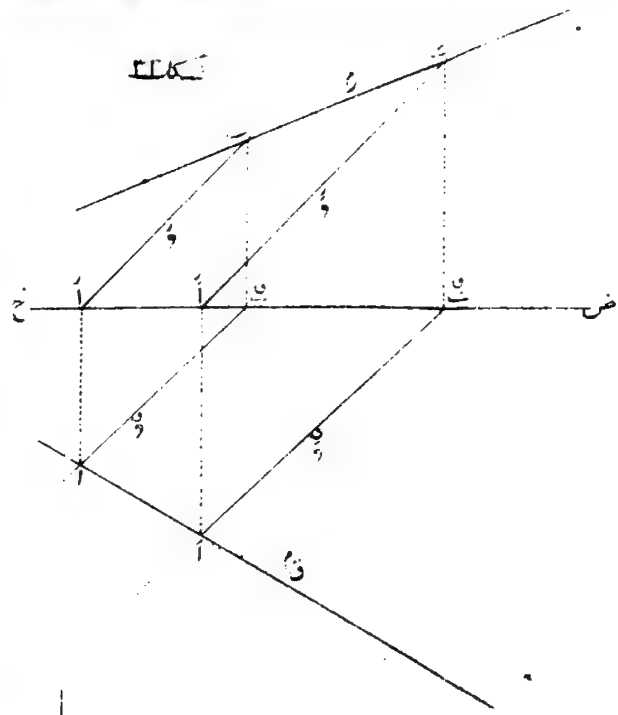
شکلا

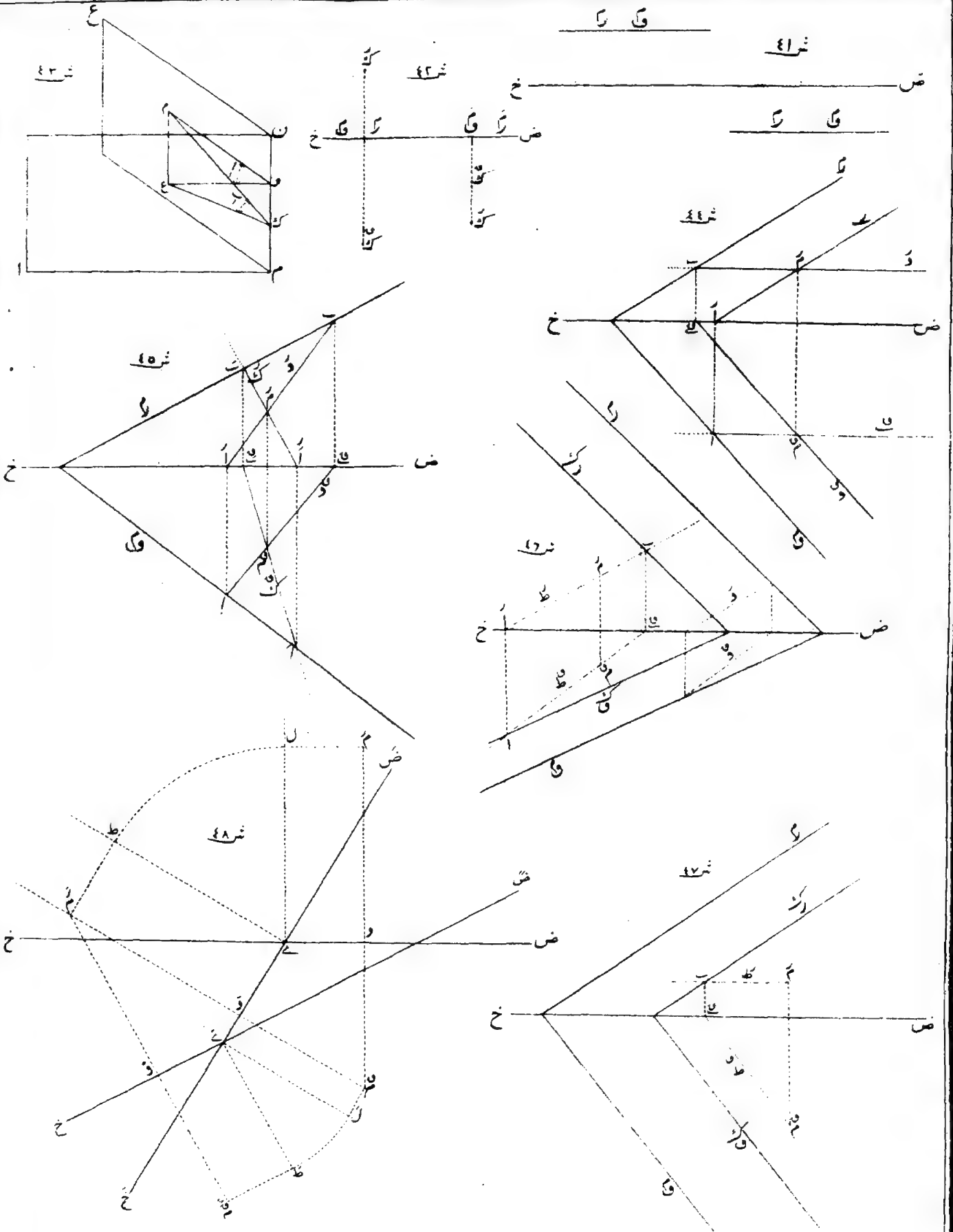
شکلا

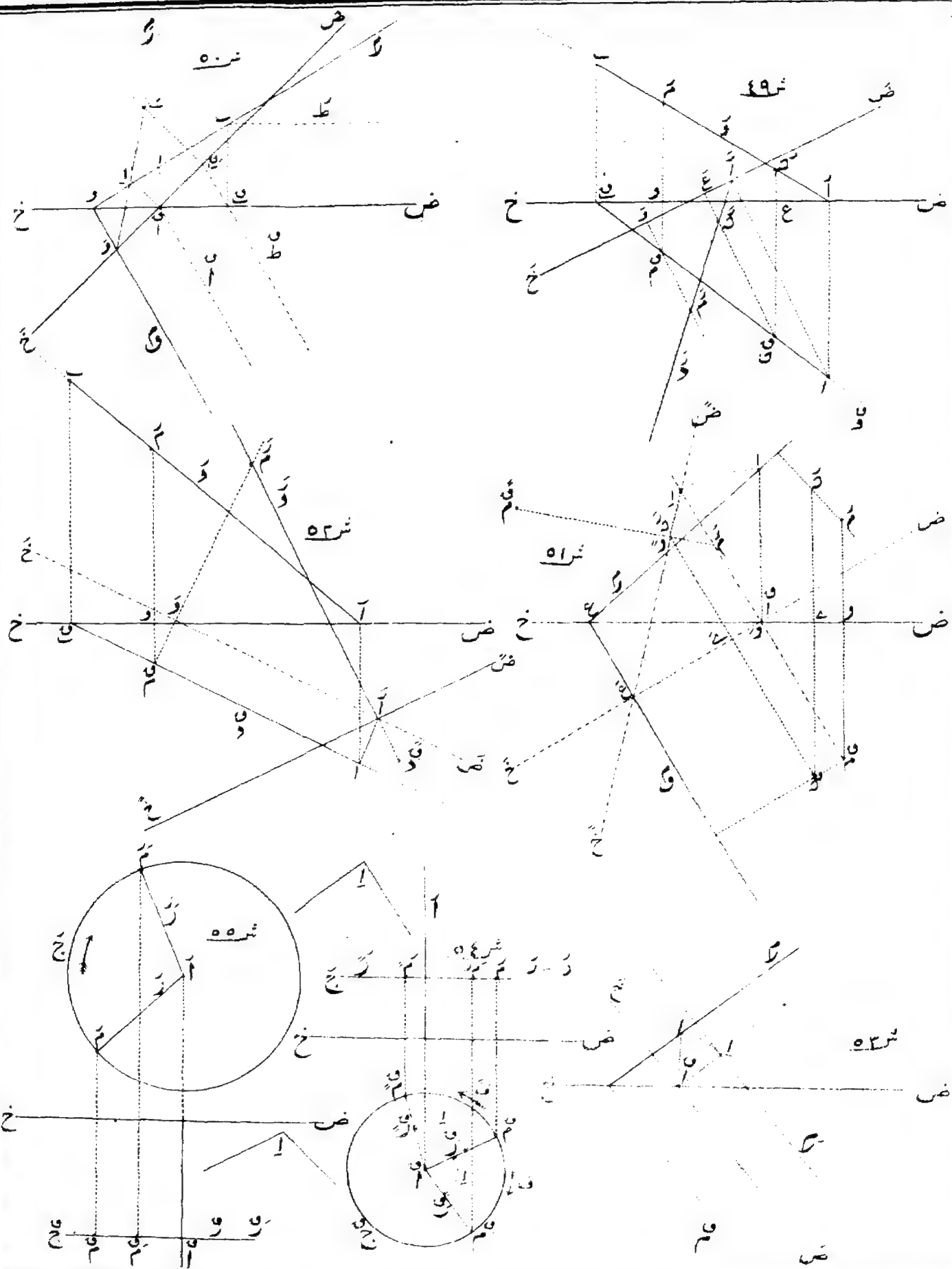
شکلا

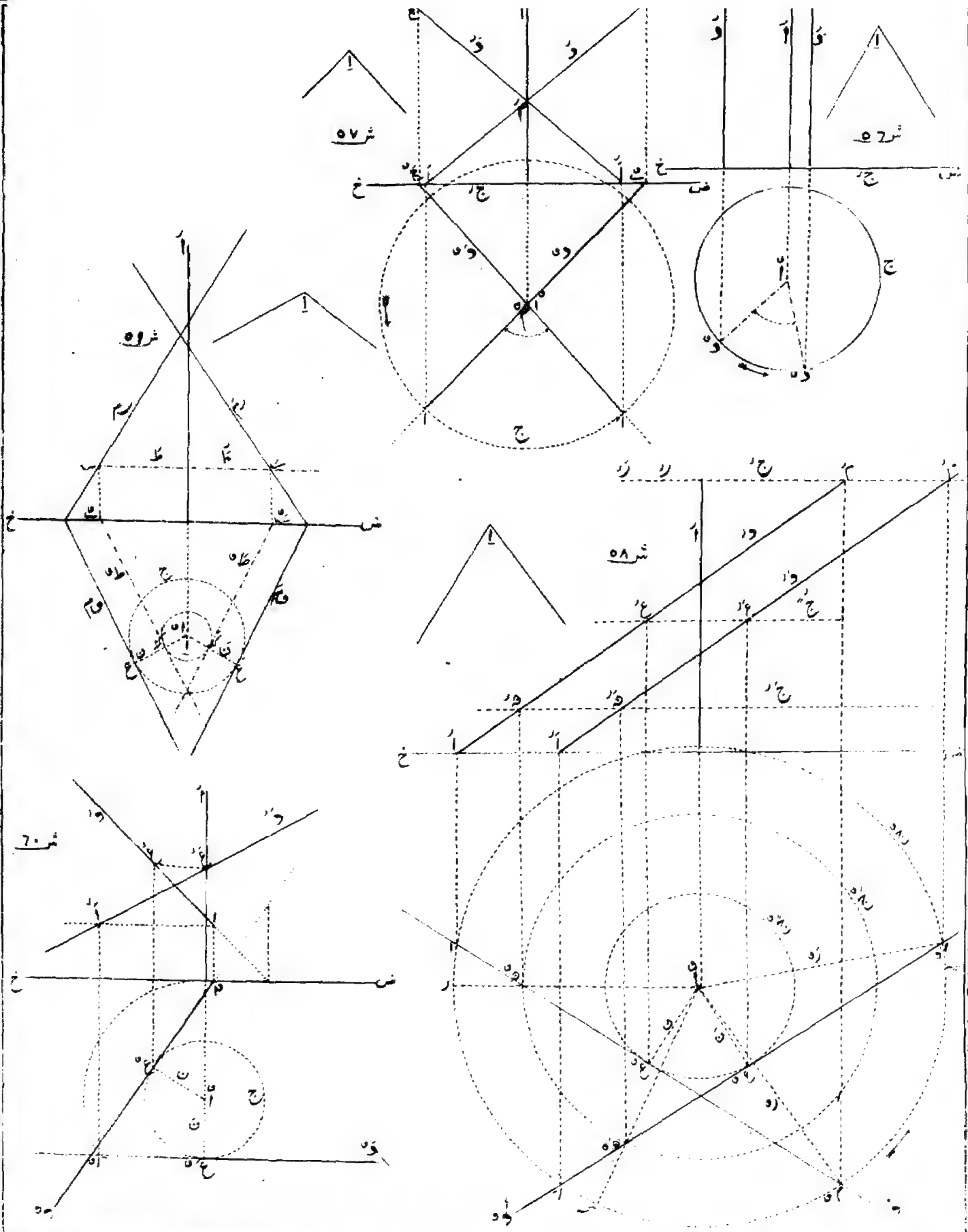


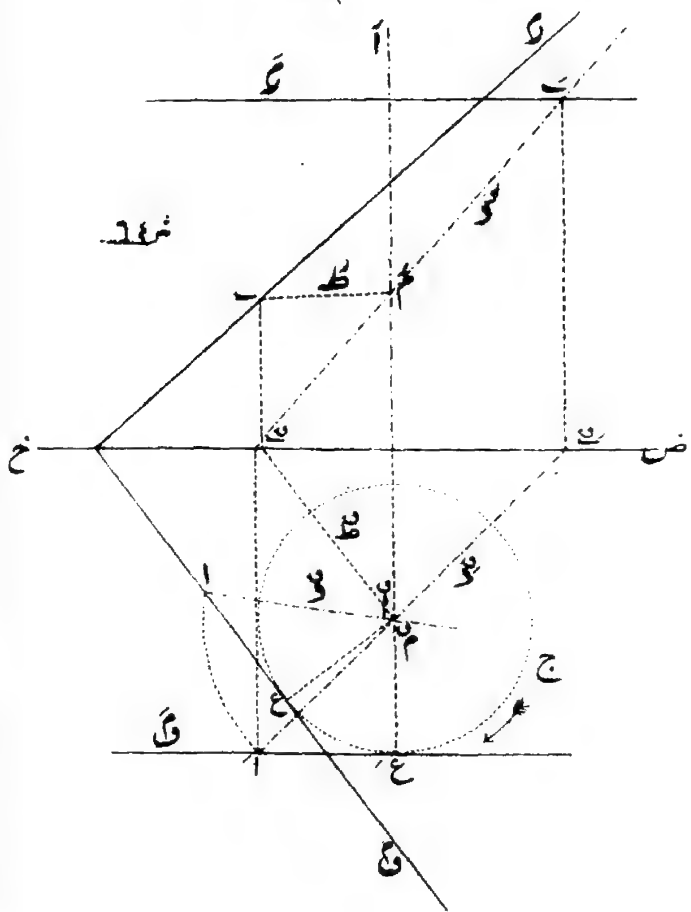
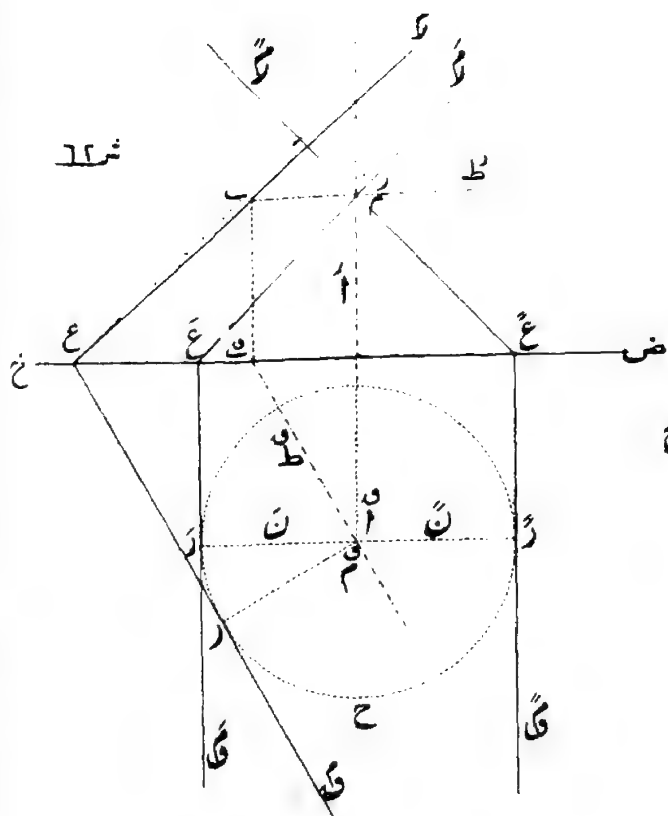
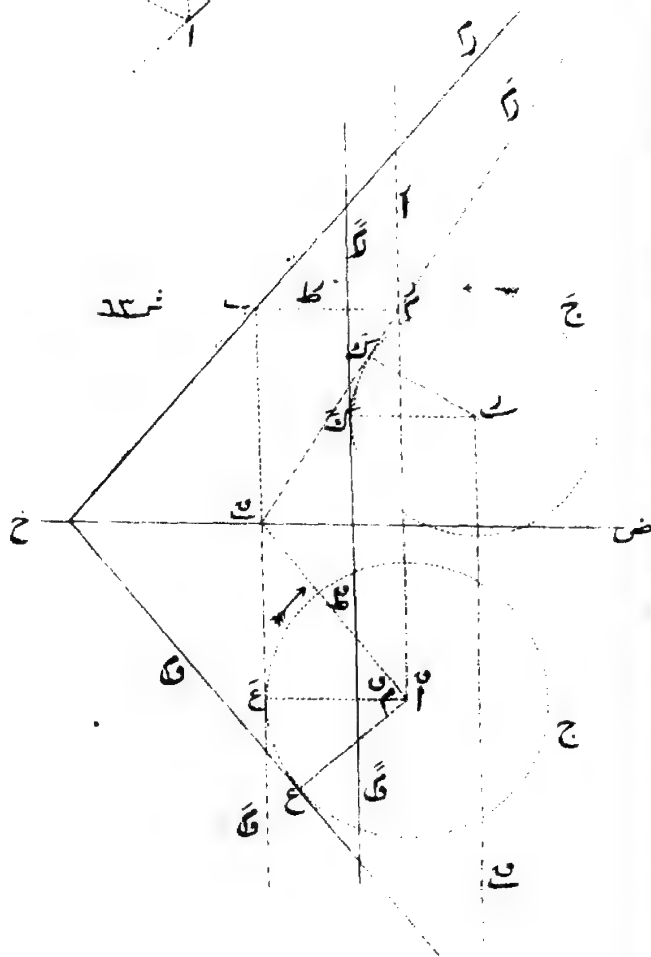
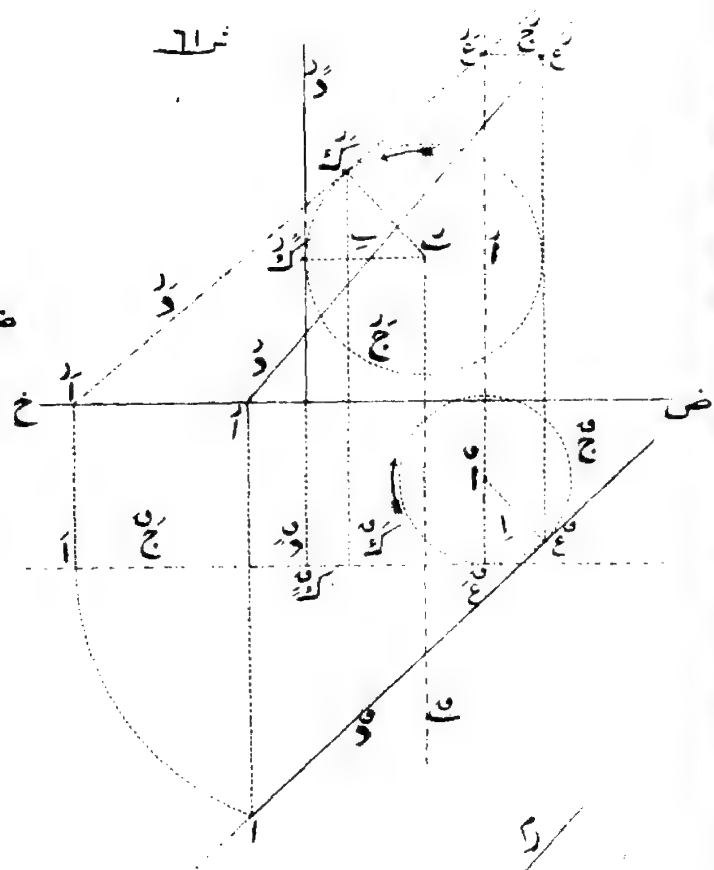




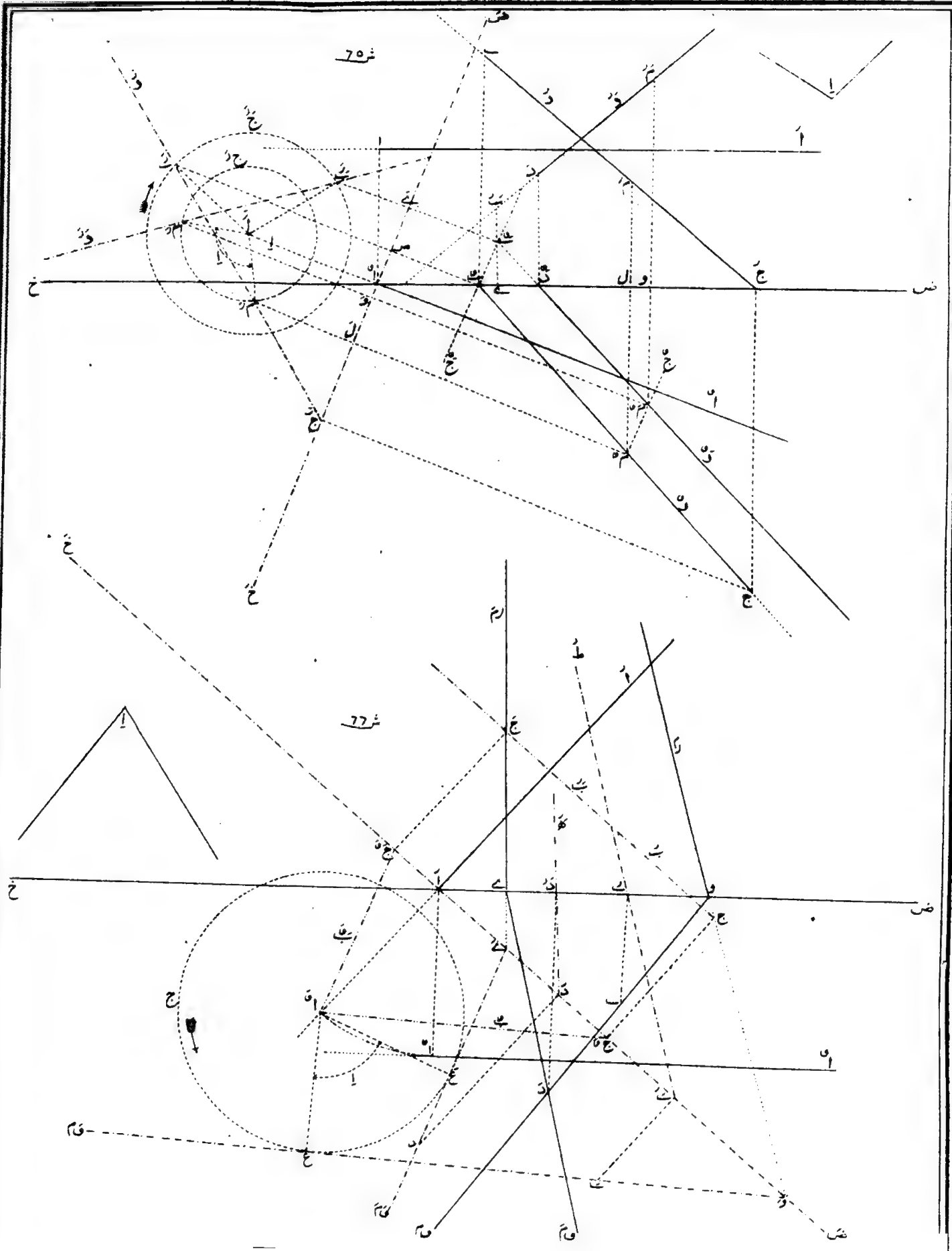






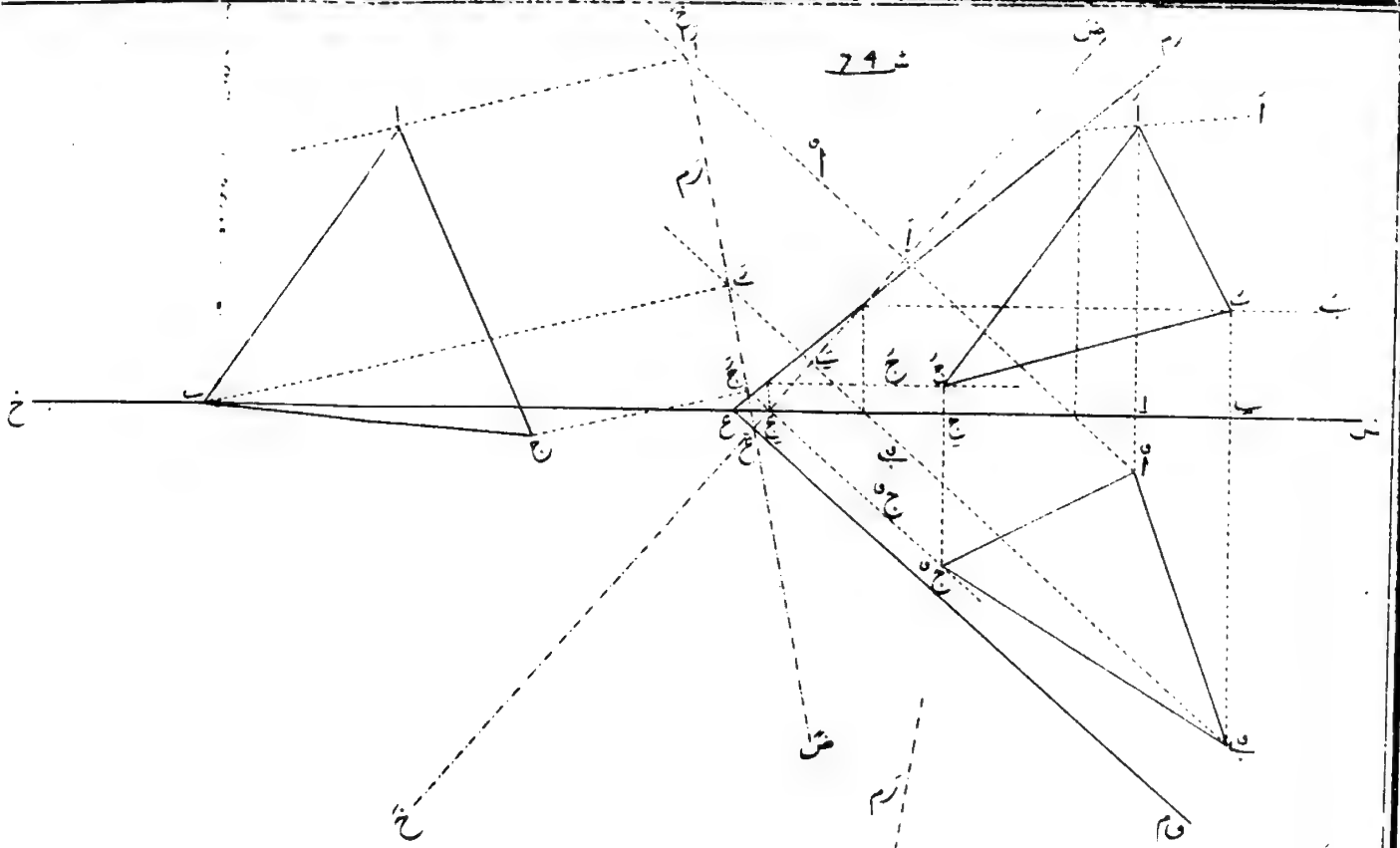




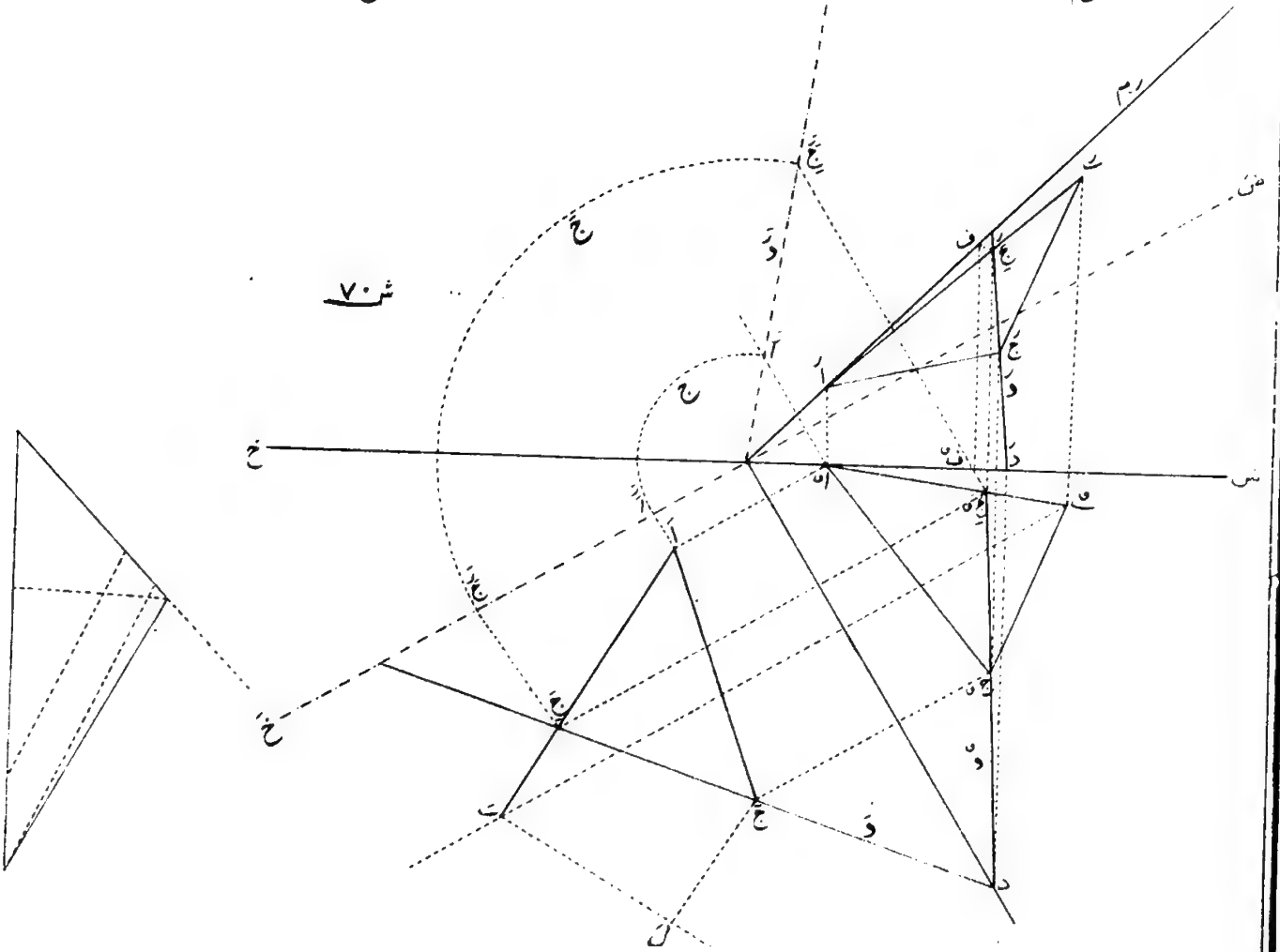




ش ۲۹



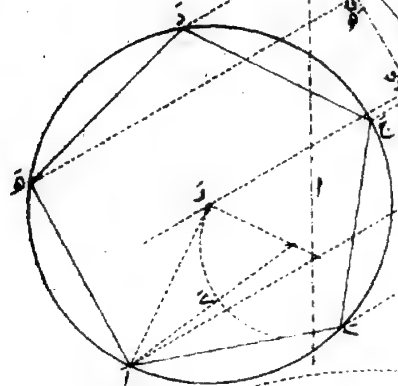
ش ۷۰



شرا ۷۱

خ

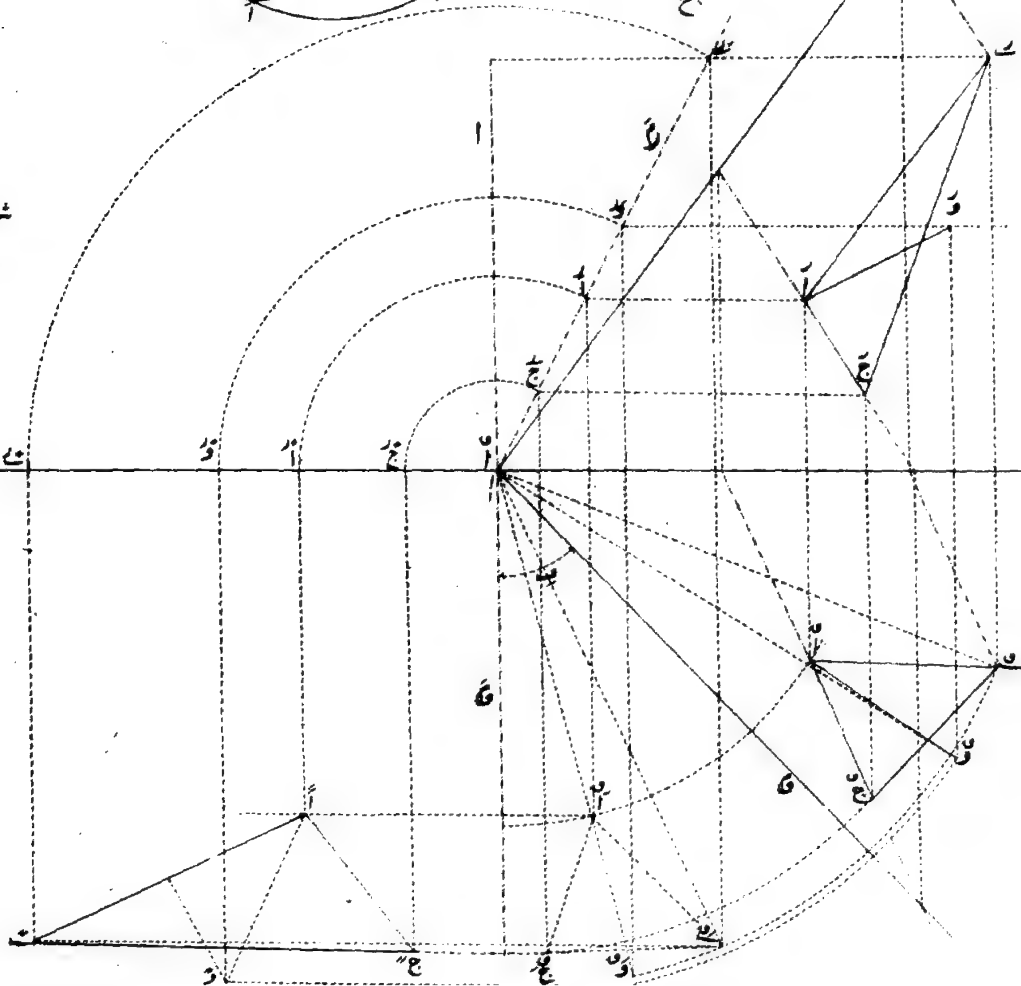
ص

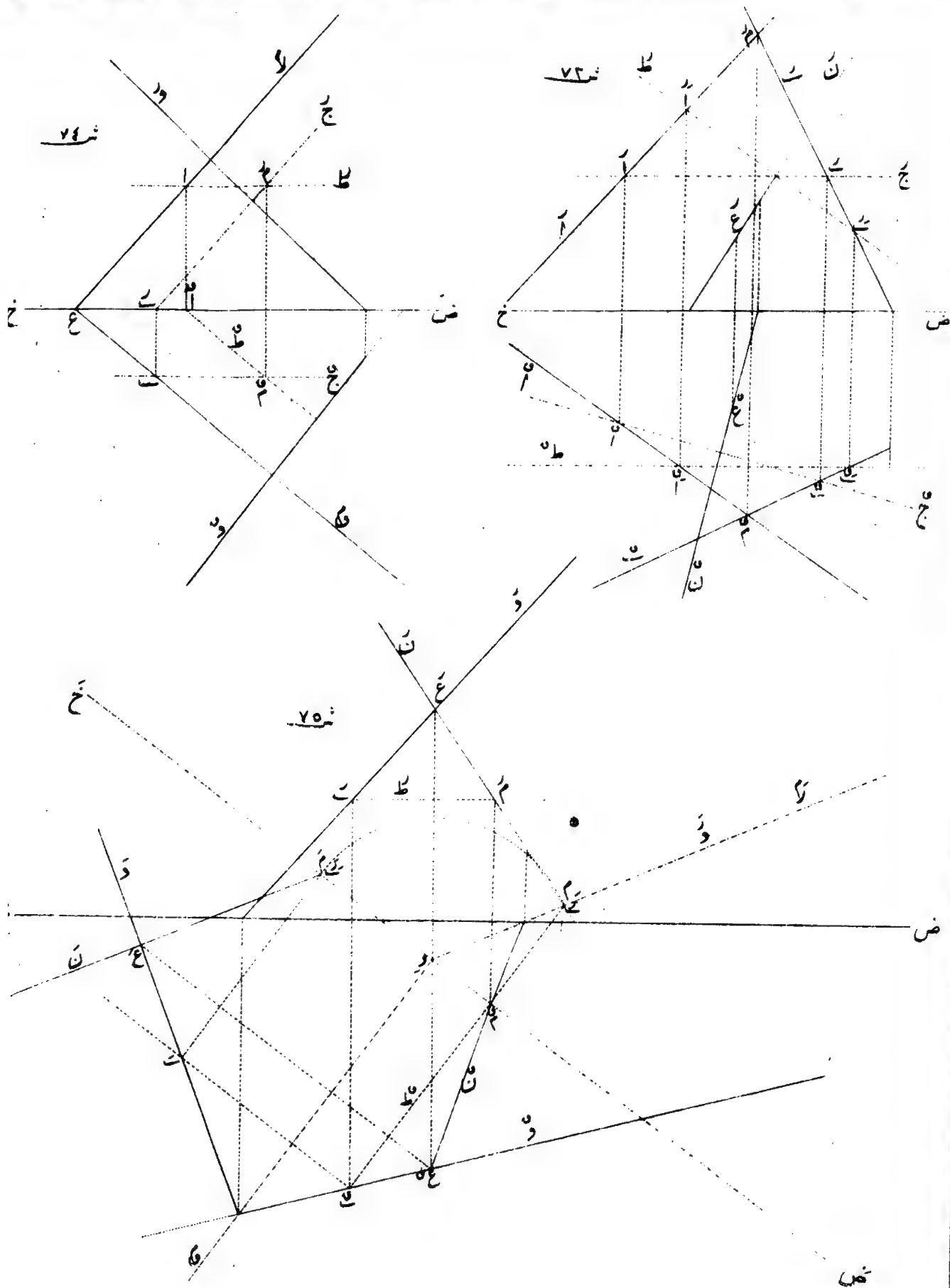


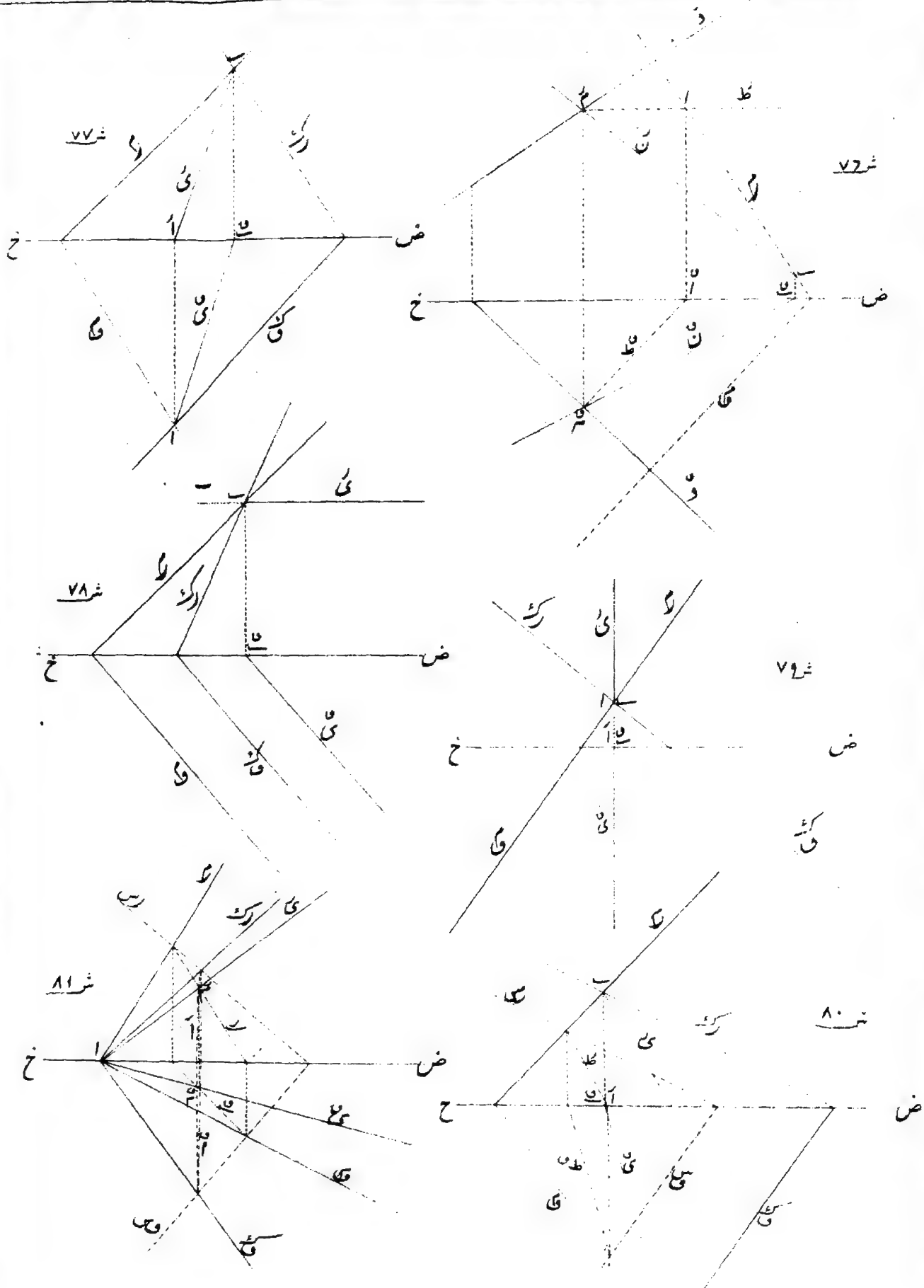
شرا ۷۲

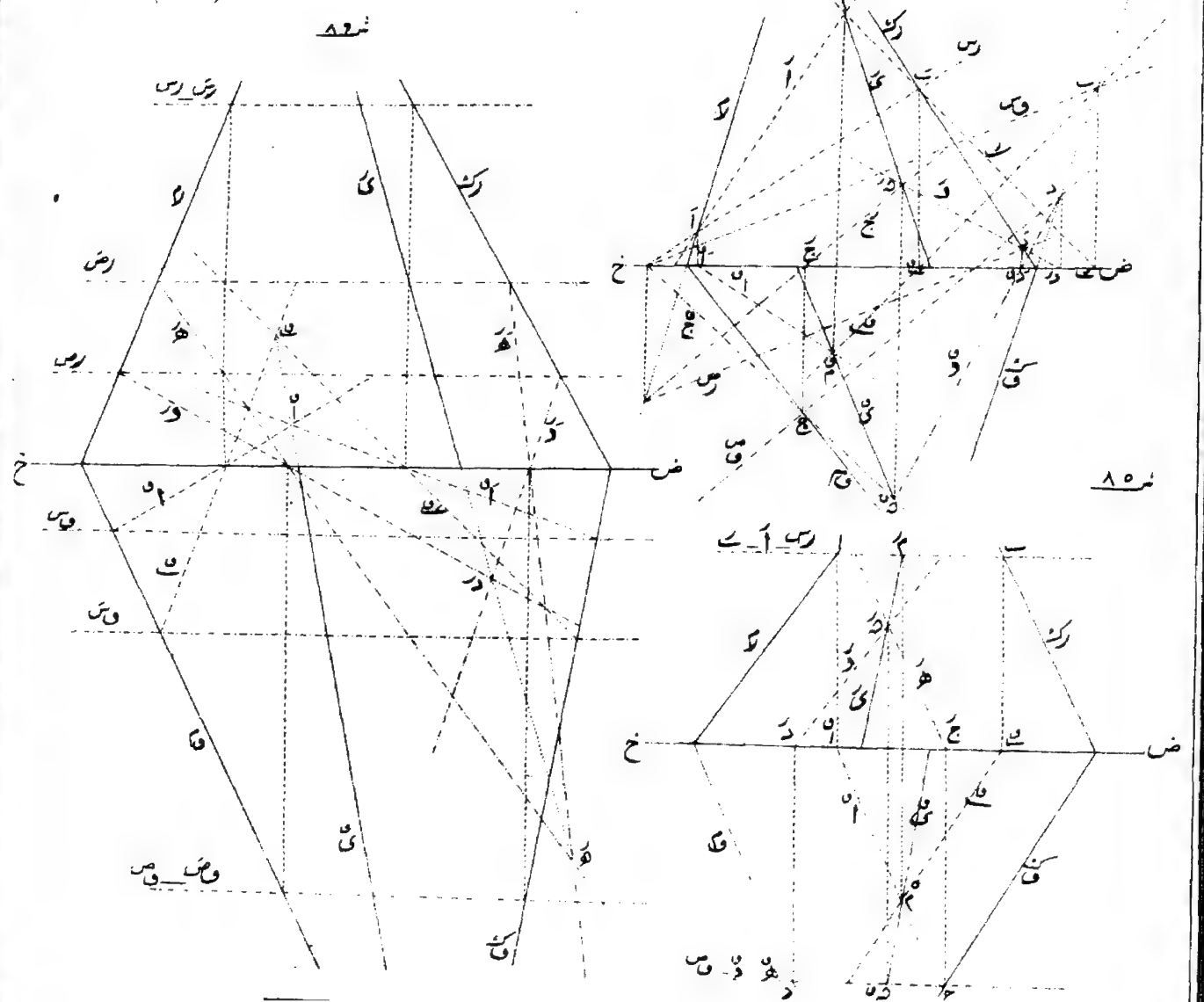
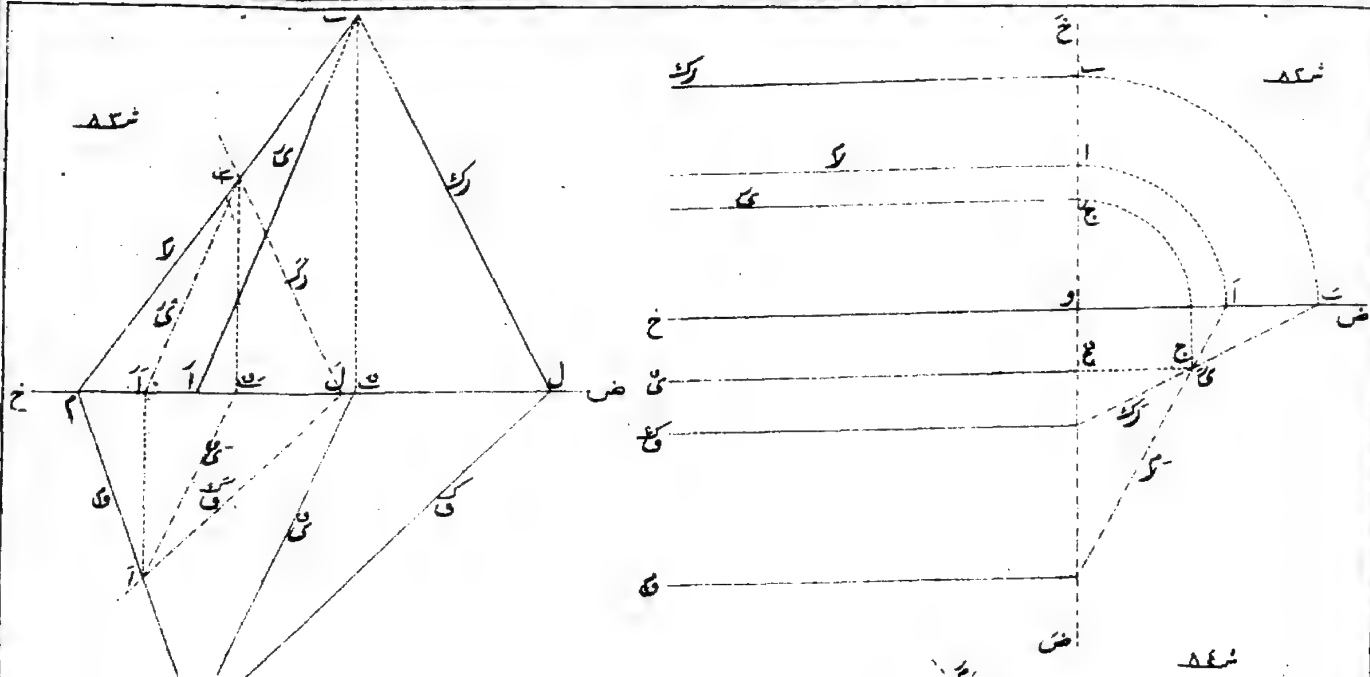
خ

ص



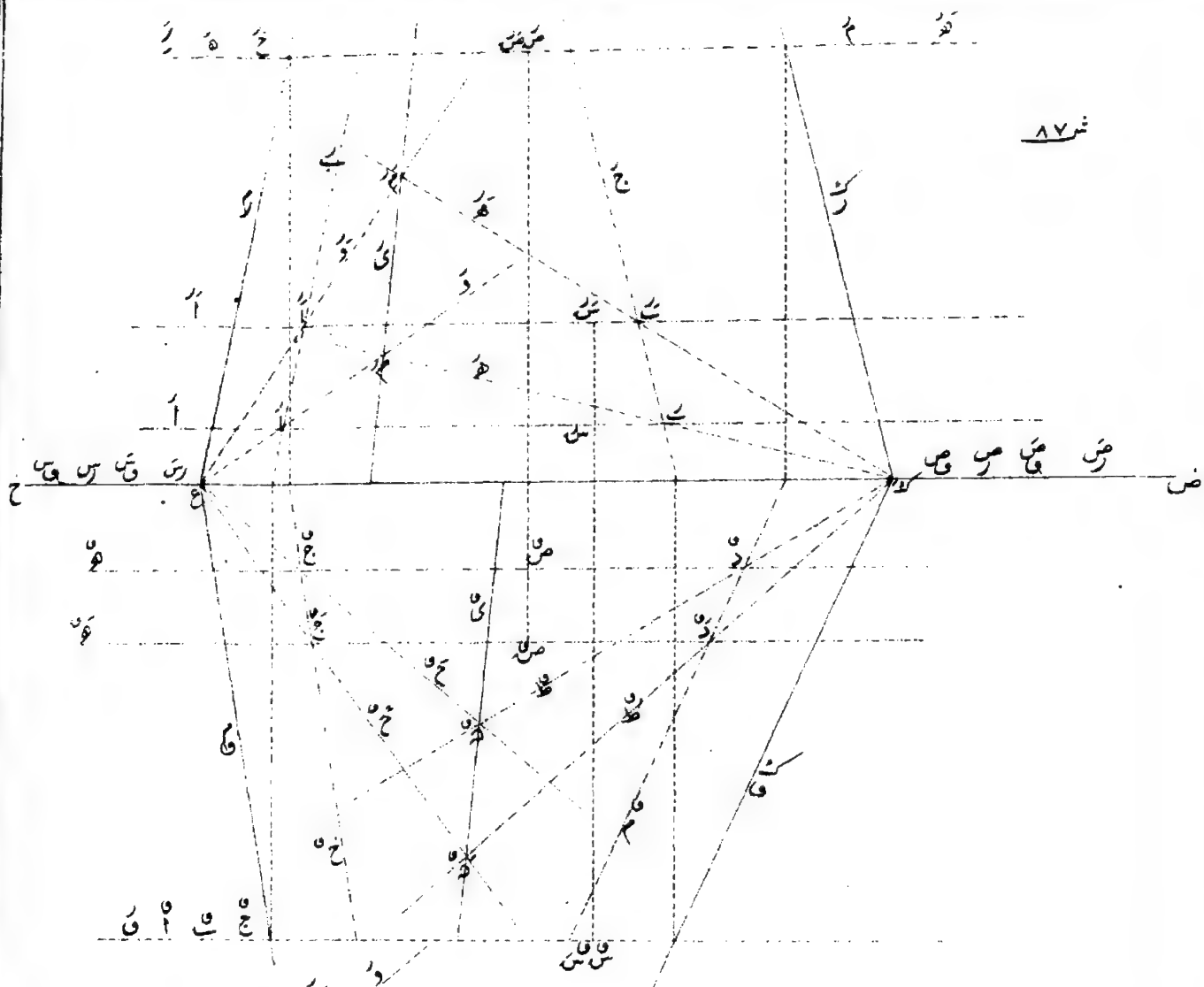




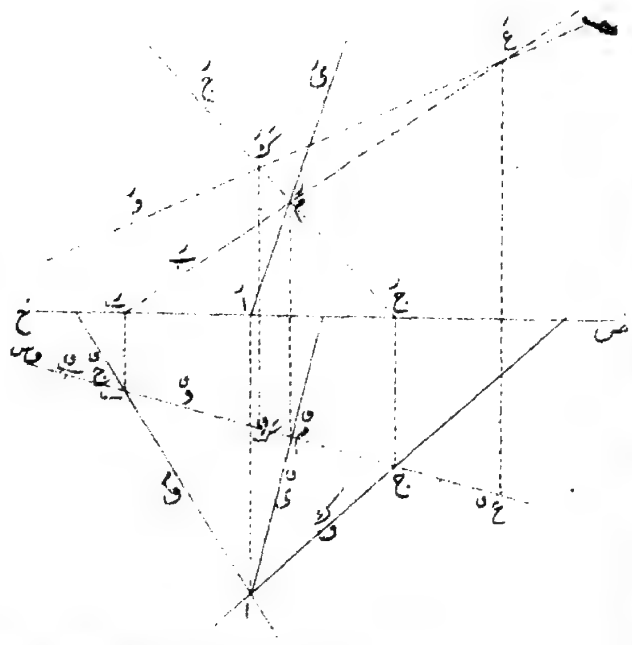




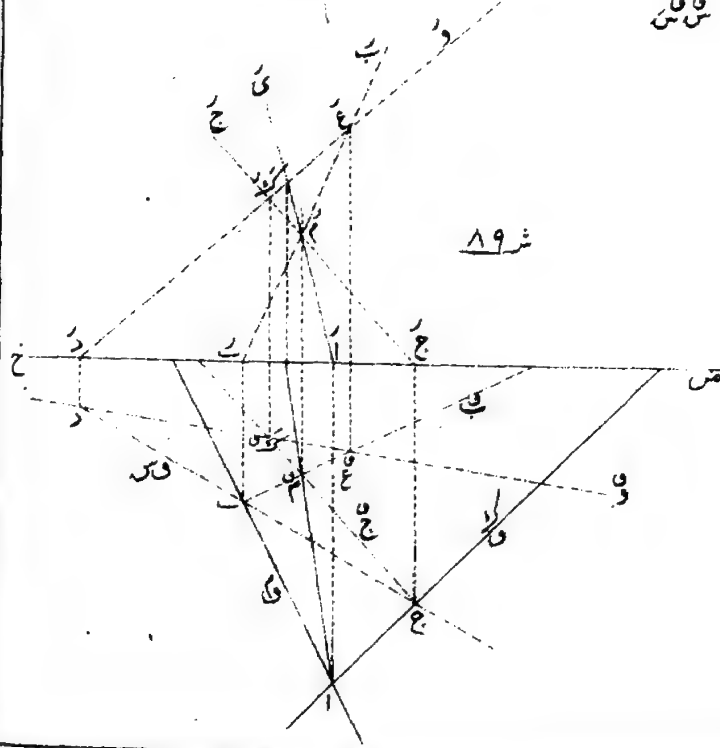
شمار ۸۷

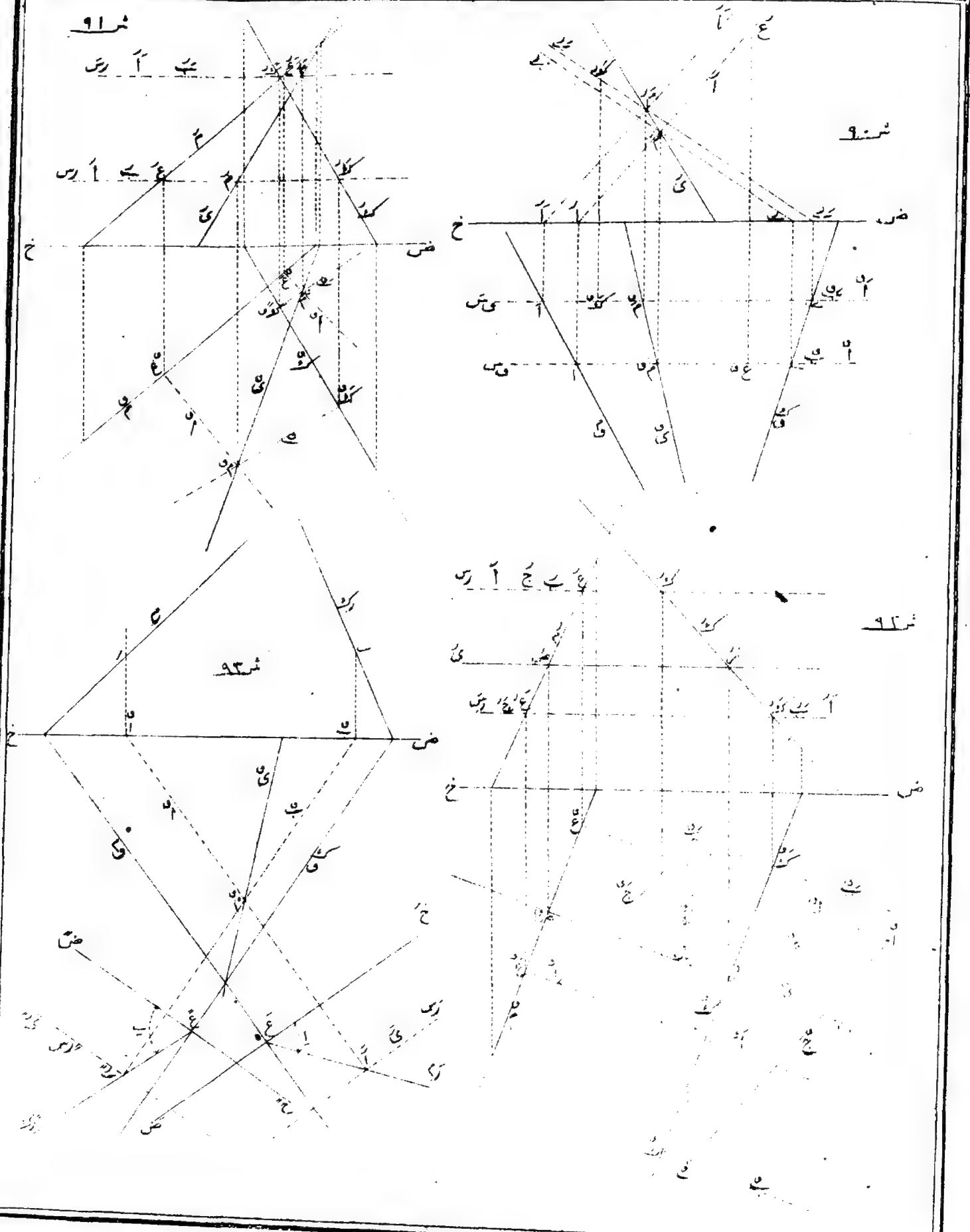


شمار ۸۸



شمار ۸۹





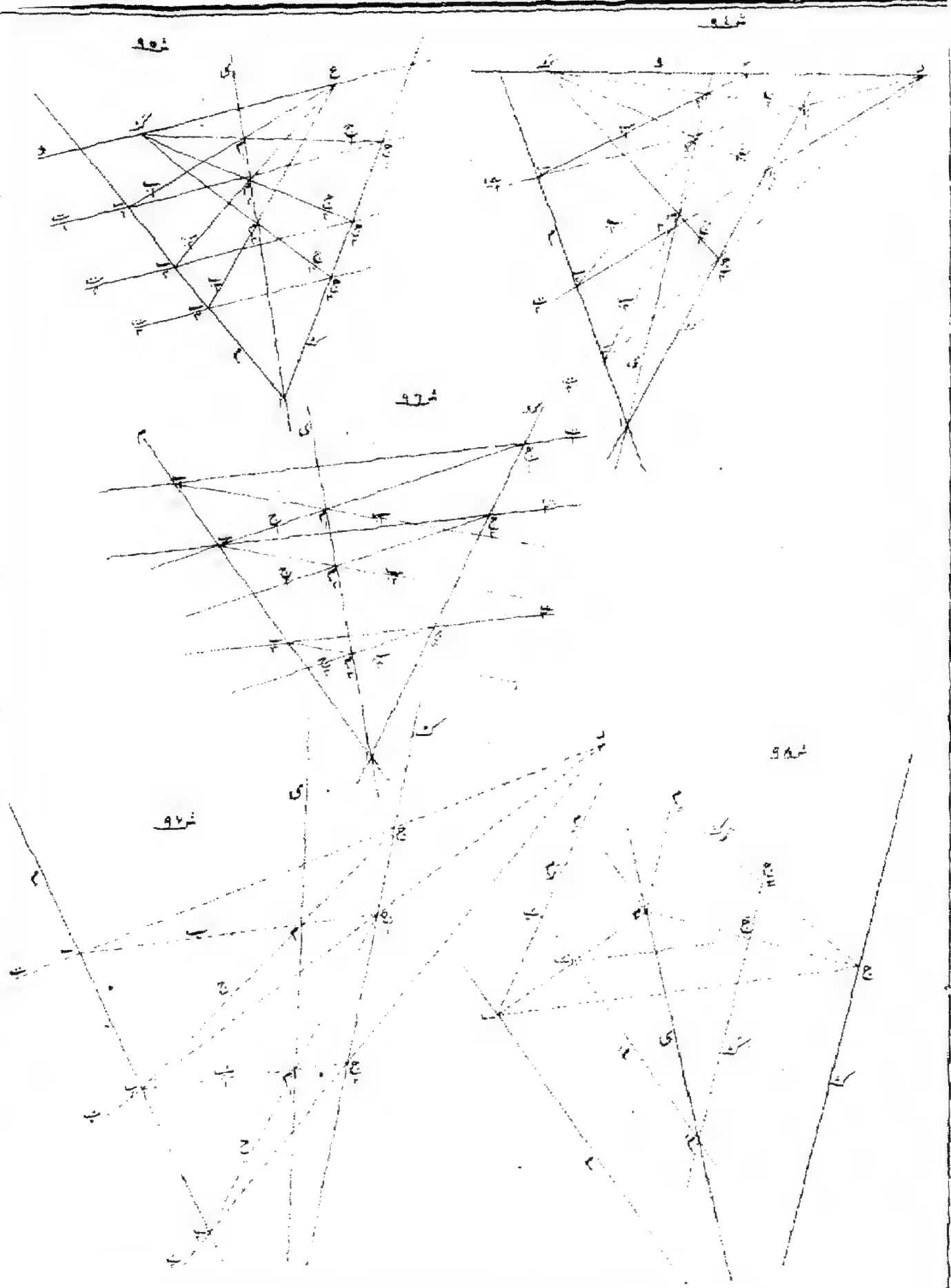
شماره ۹۶

شماره ۹۵

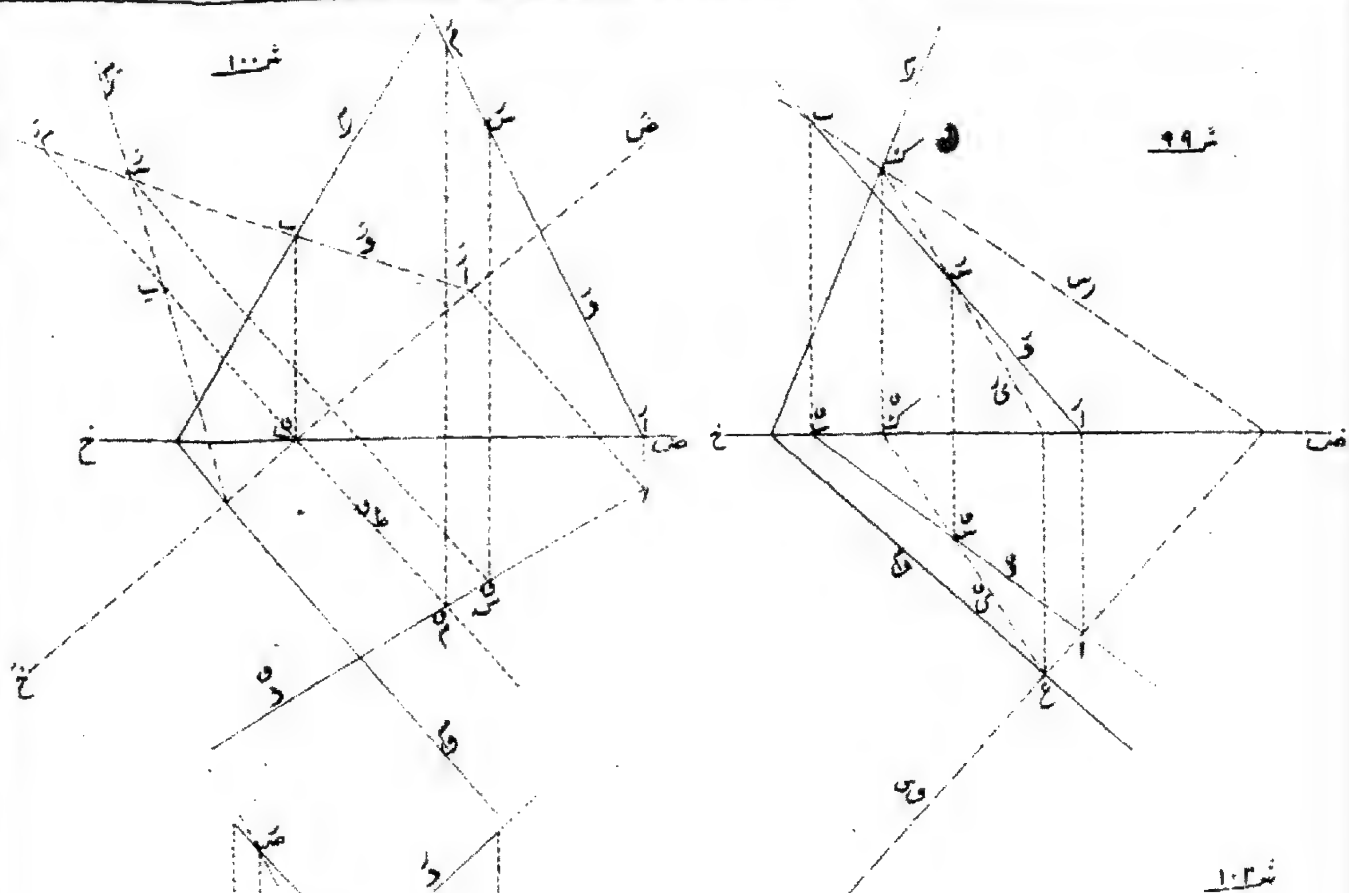
شماره ۹۴

شماره ۹۳

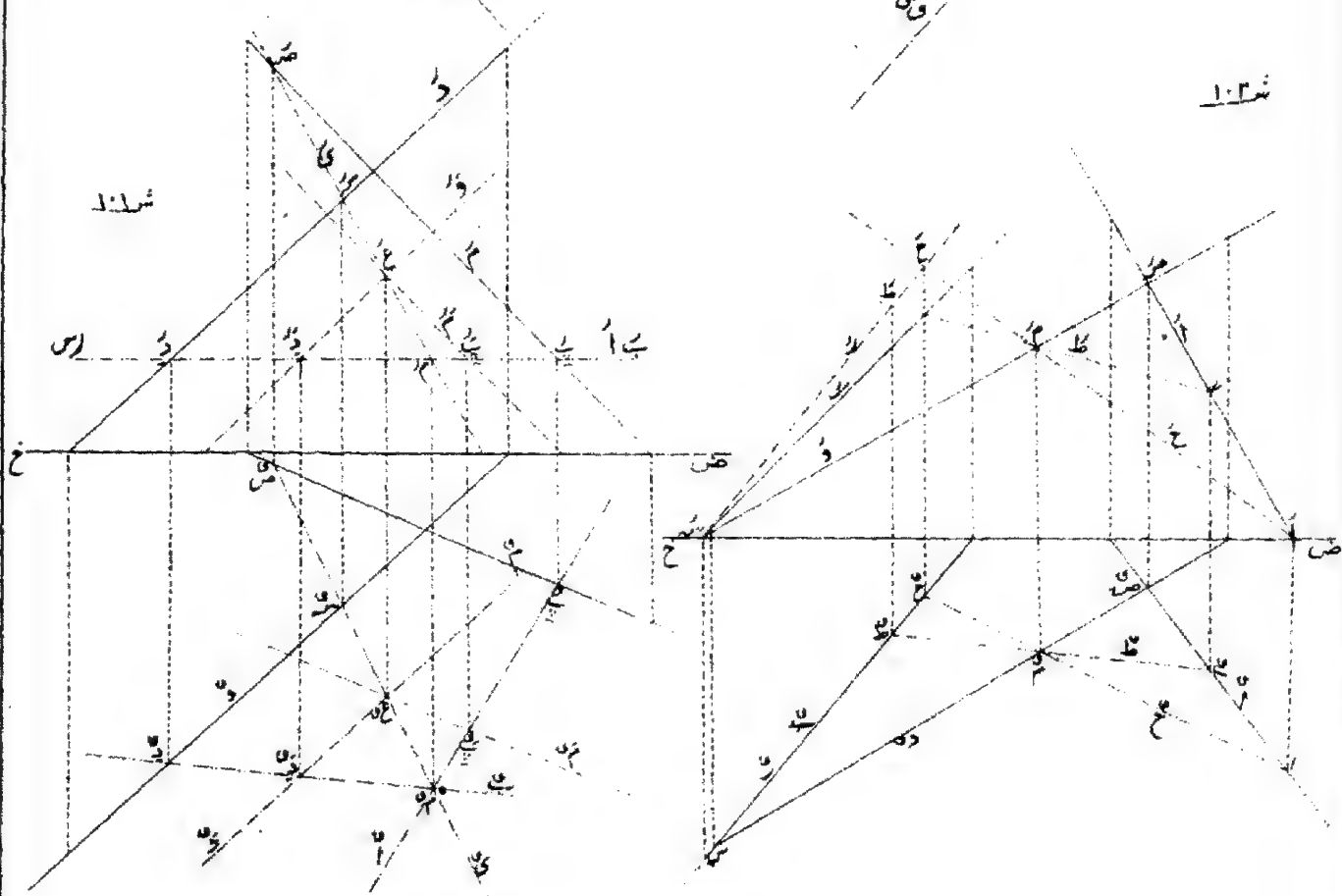
شماره ۹۲



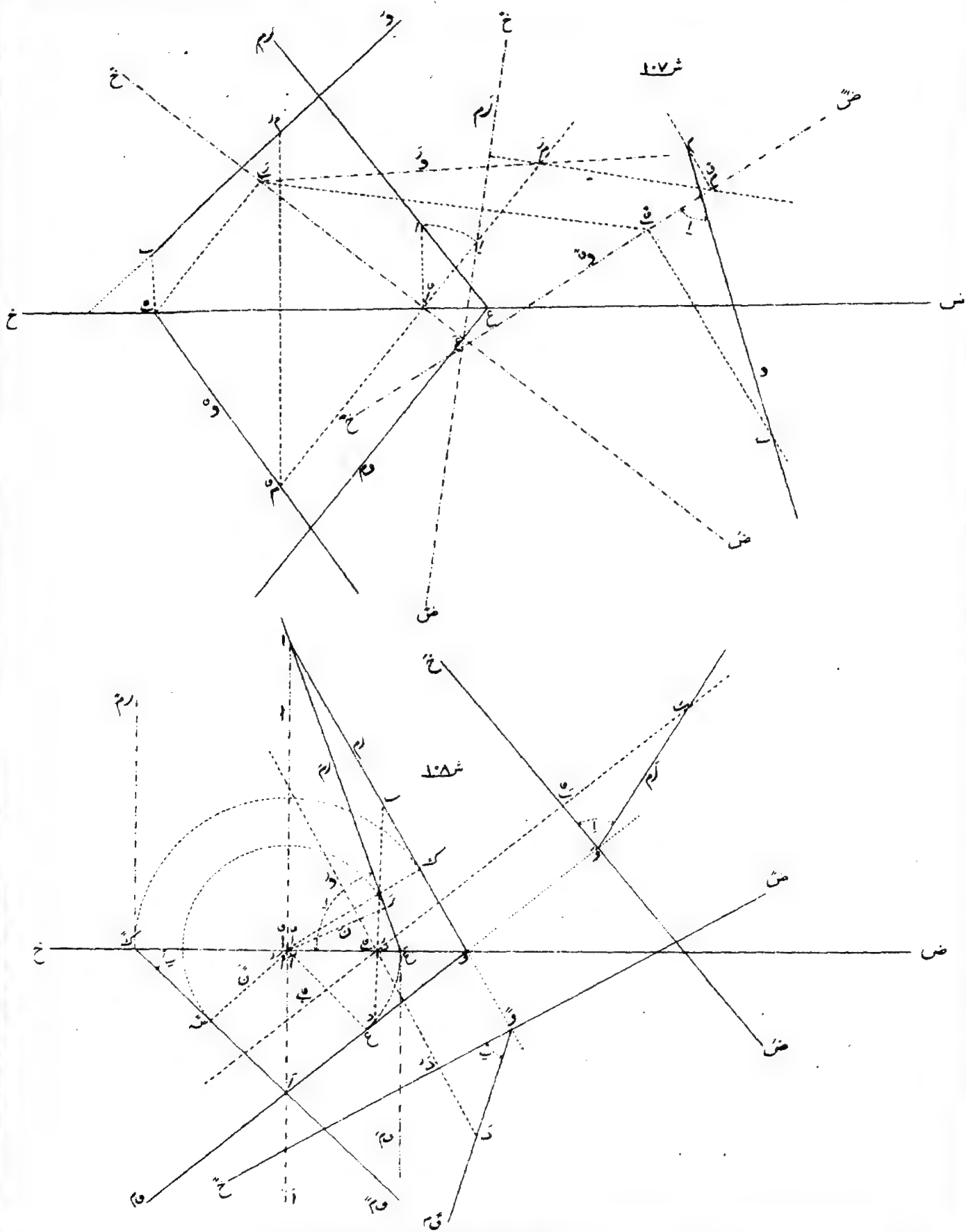
شماره ۹۹



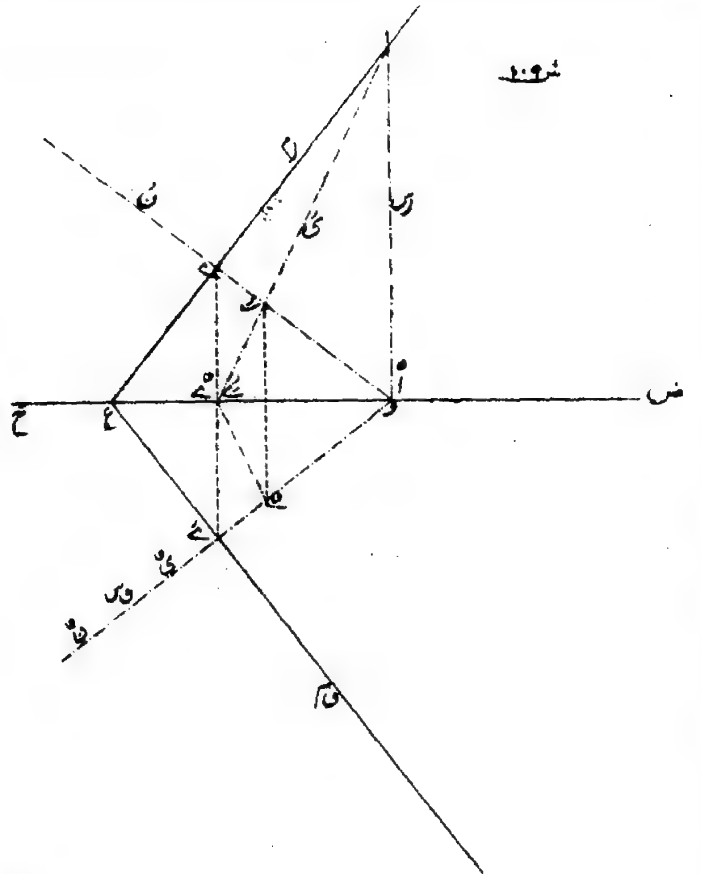
شماره ۱۰۲



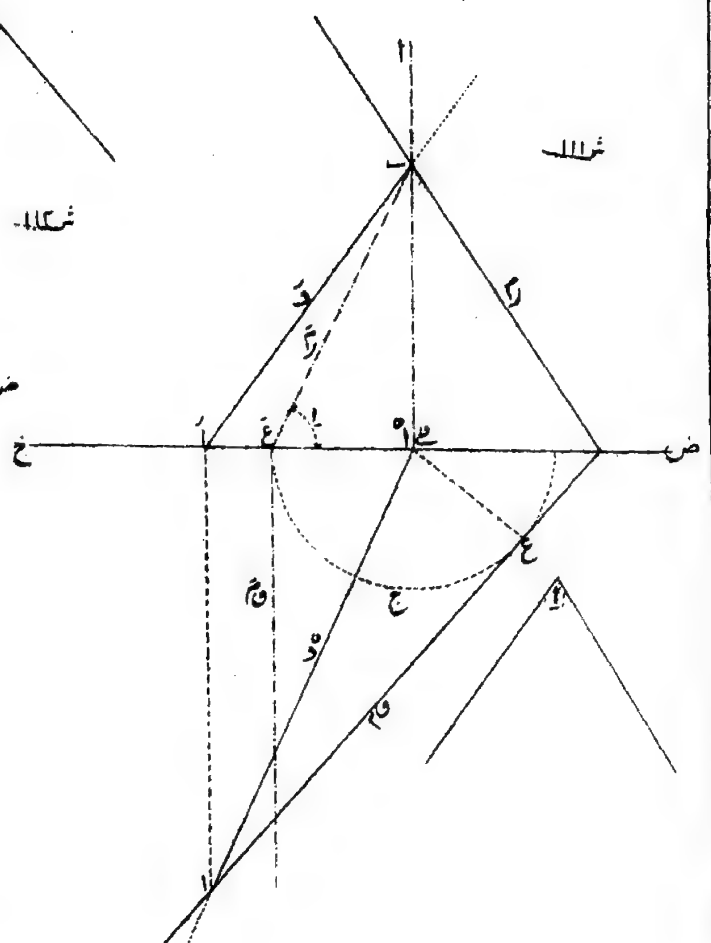




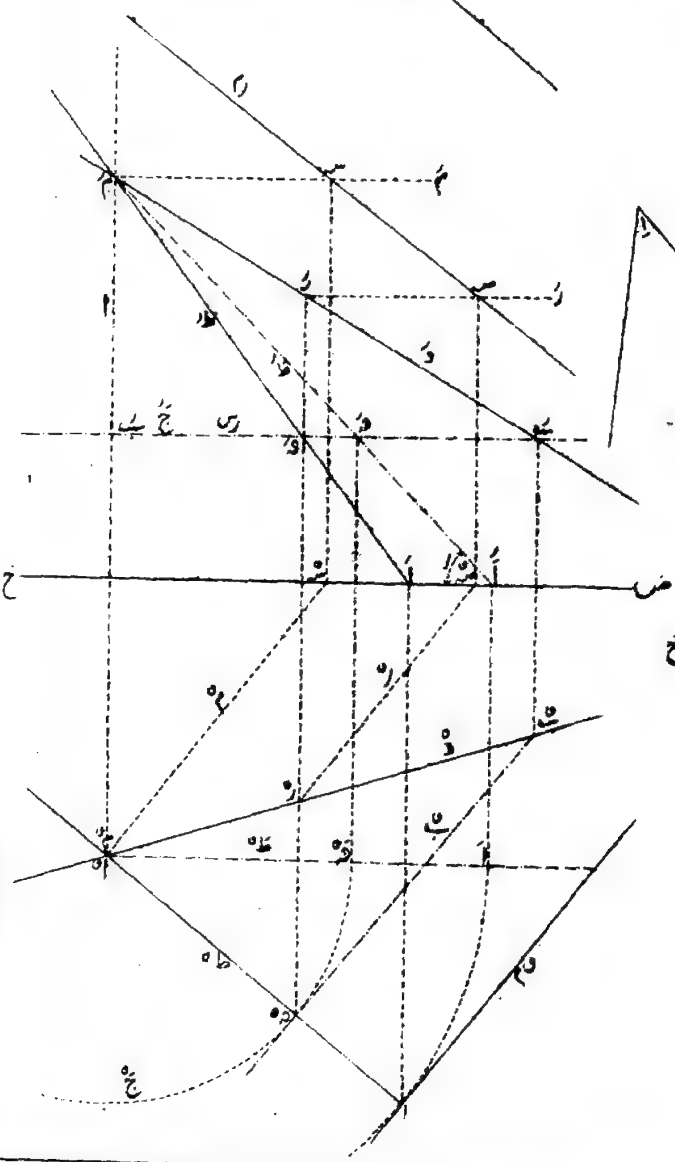
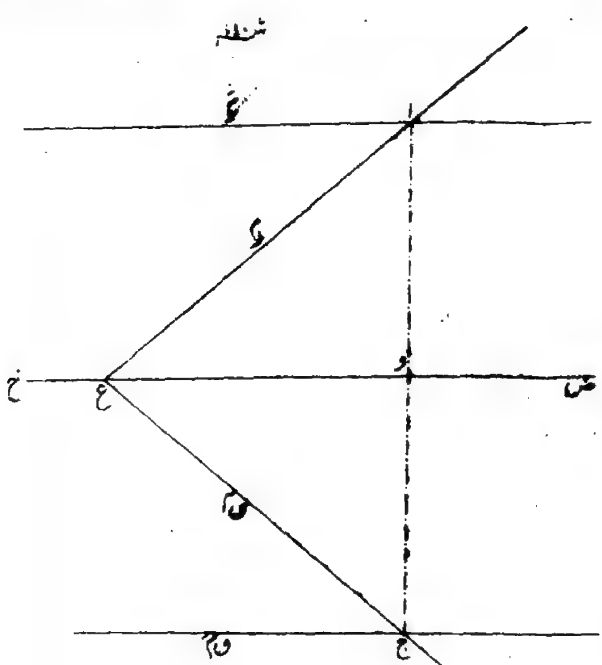
شکل ۱۰

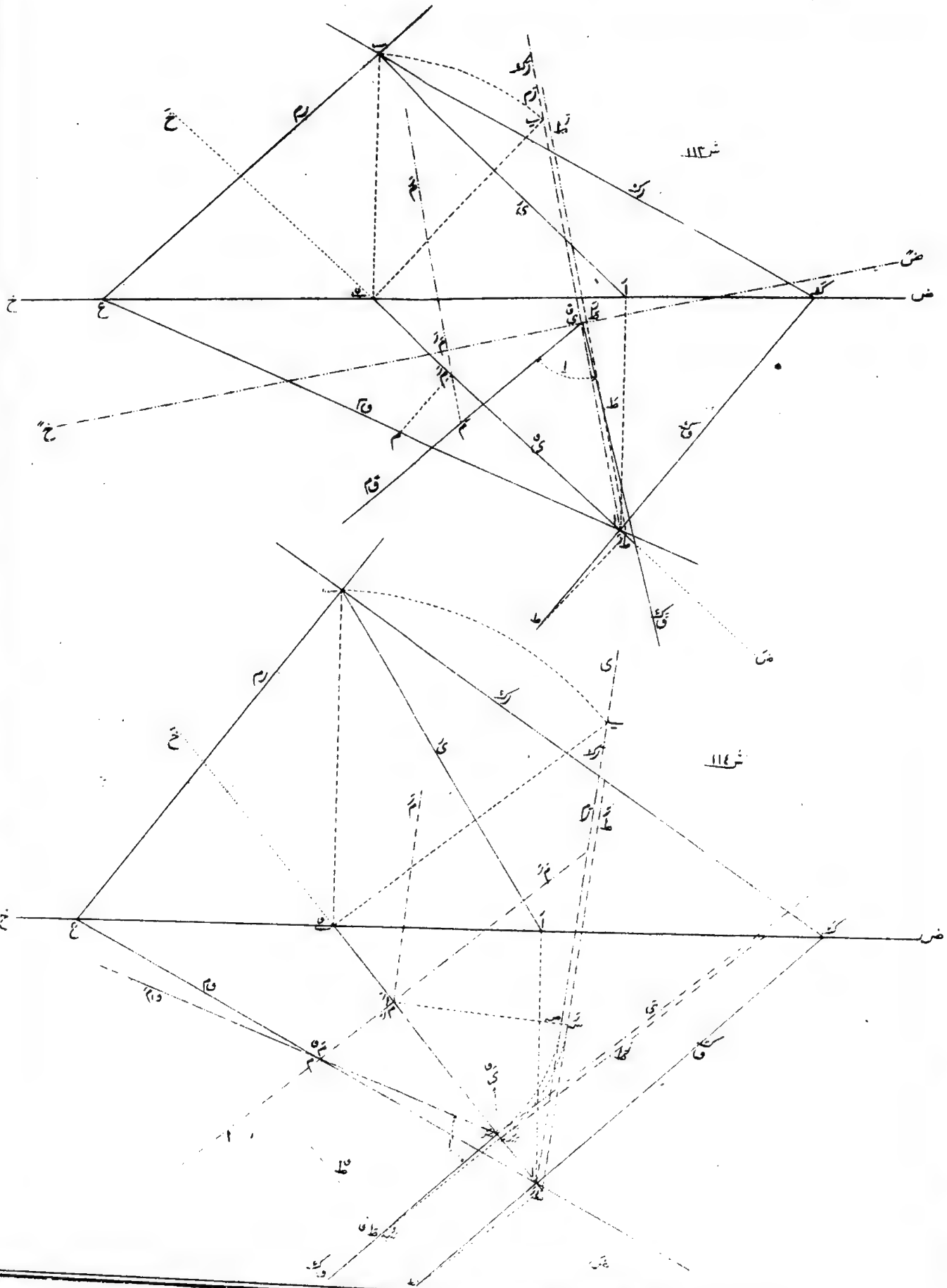


شکل ۱۱

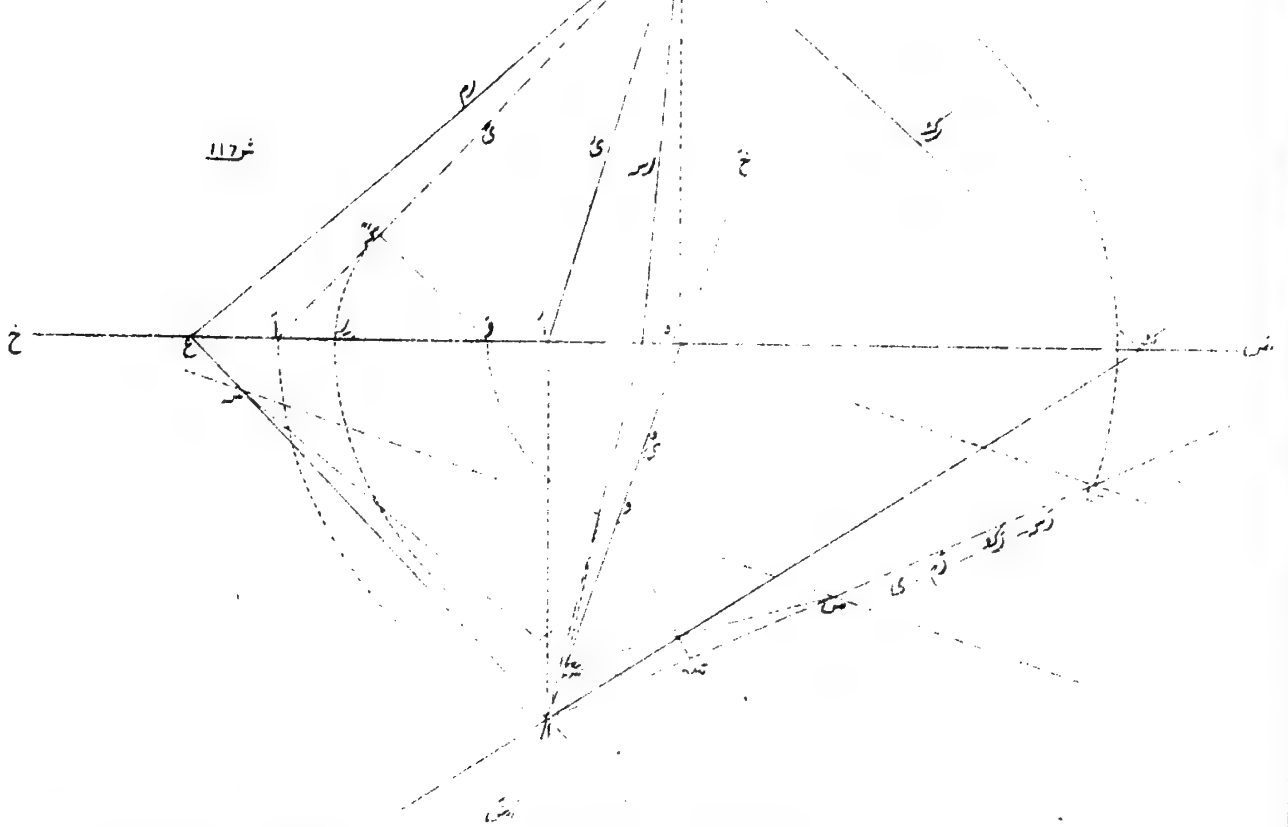
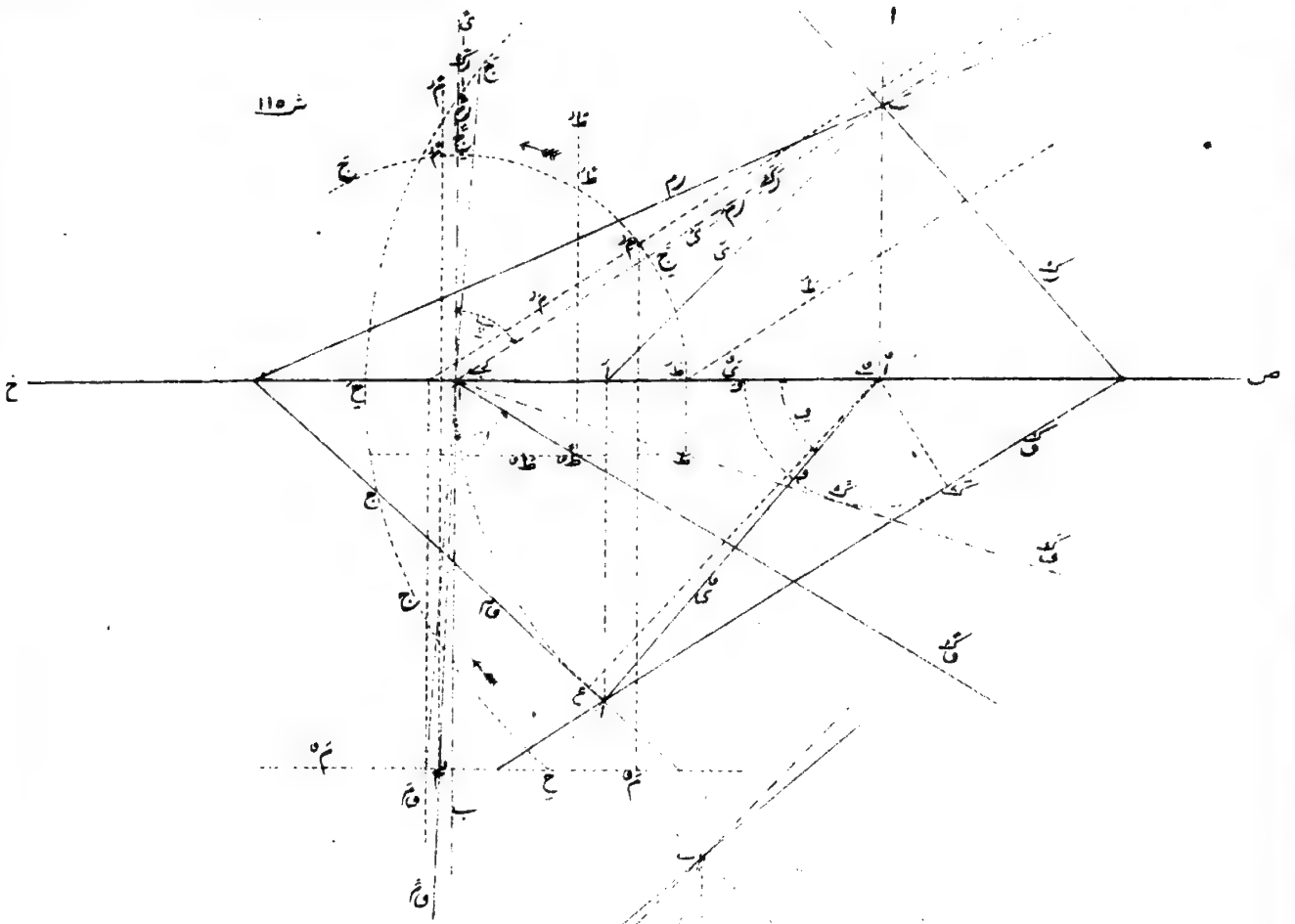


شکل ۱۲

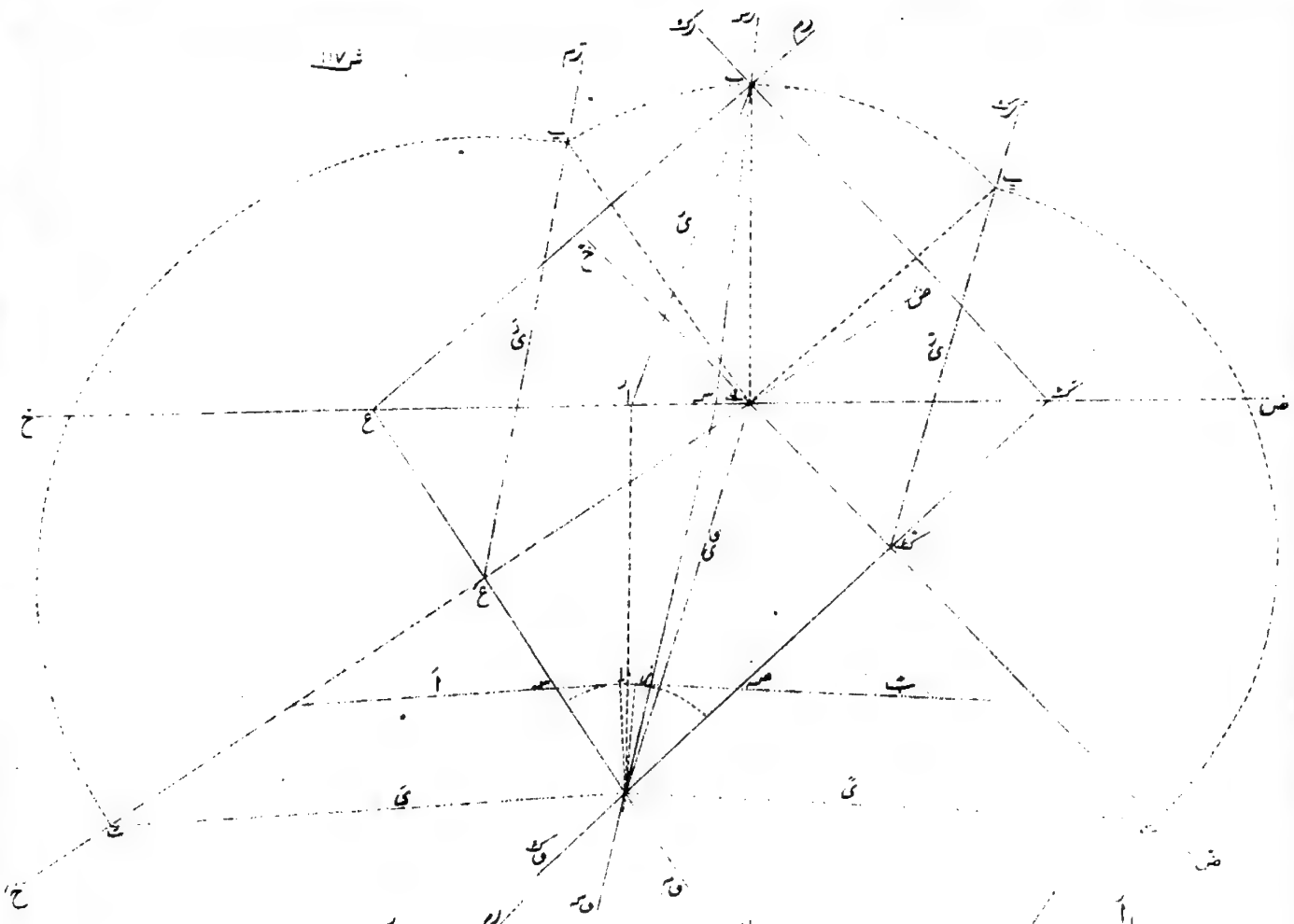




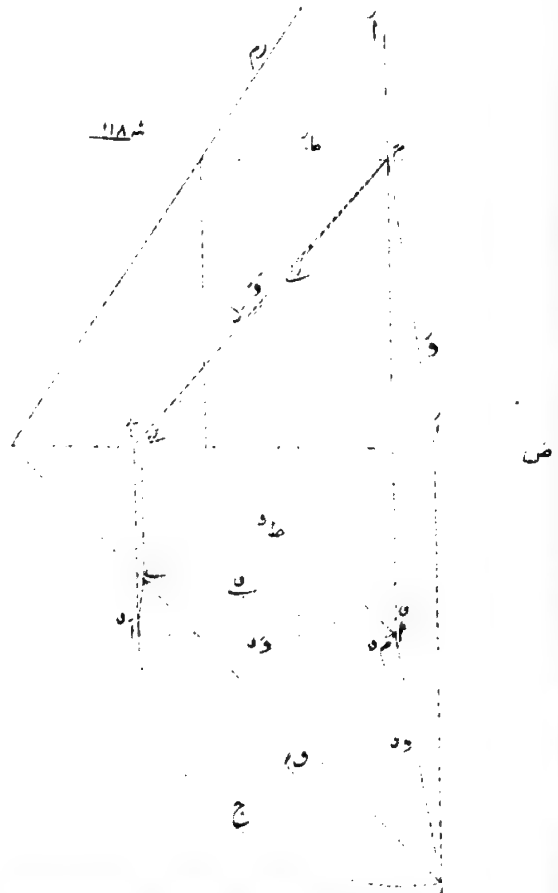




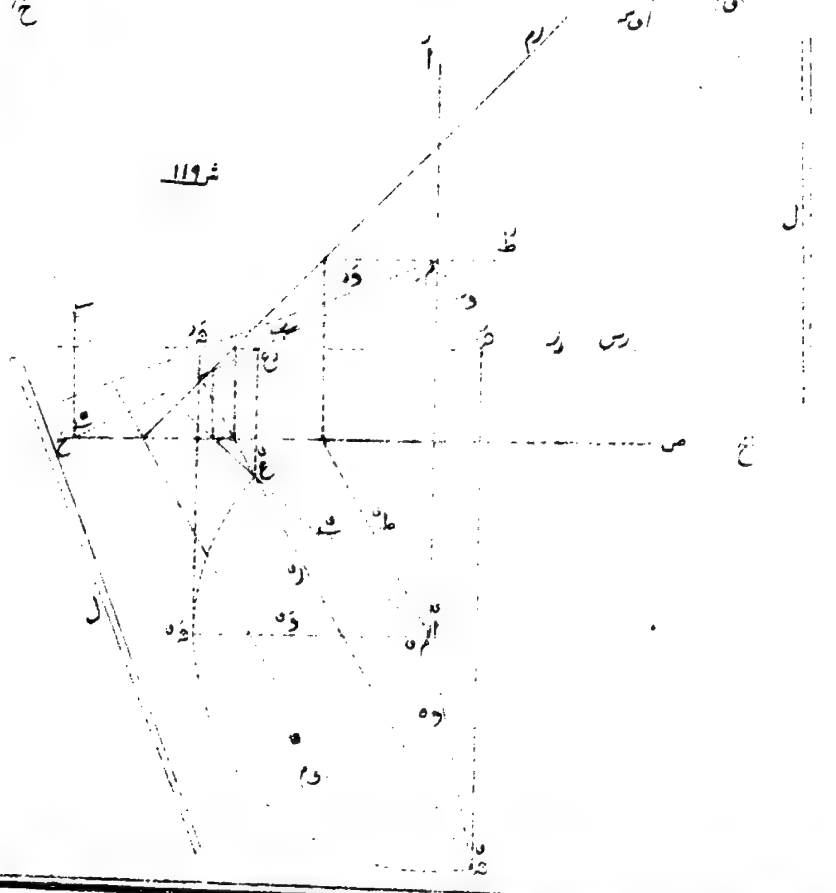
ش ۱۱۷

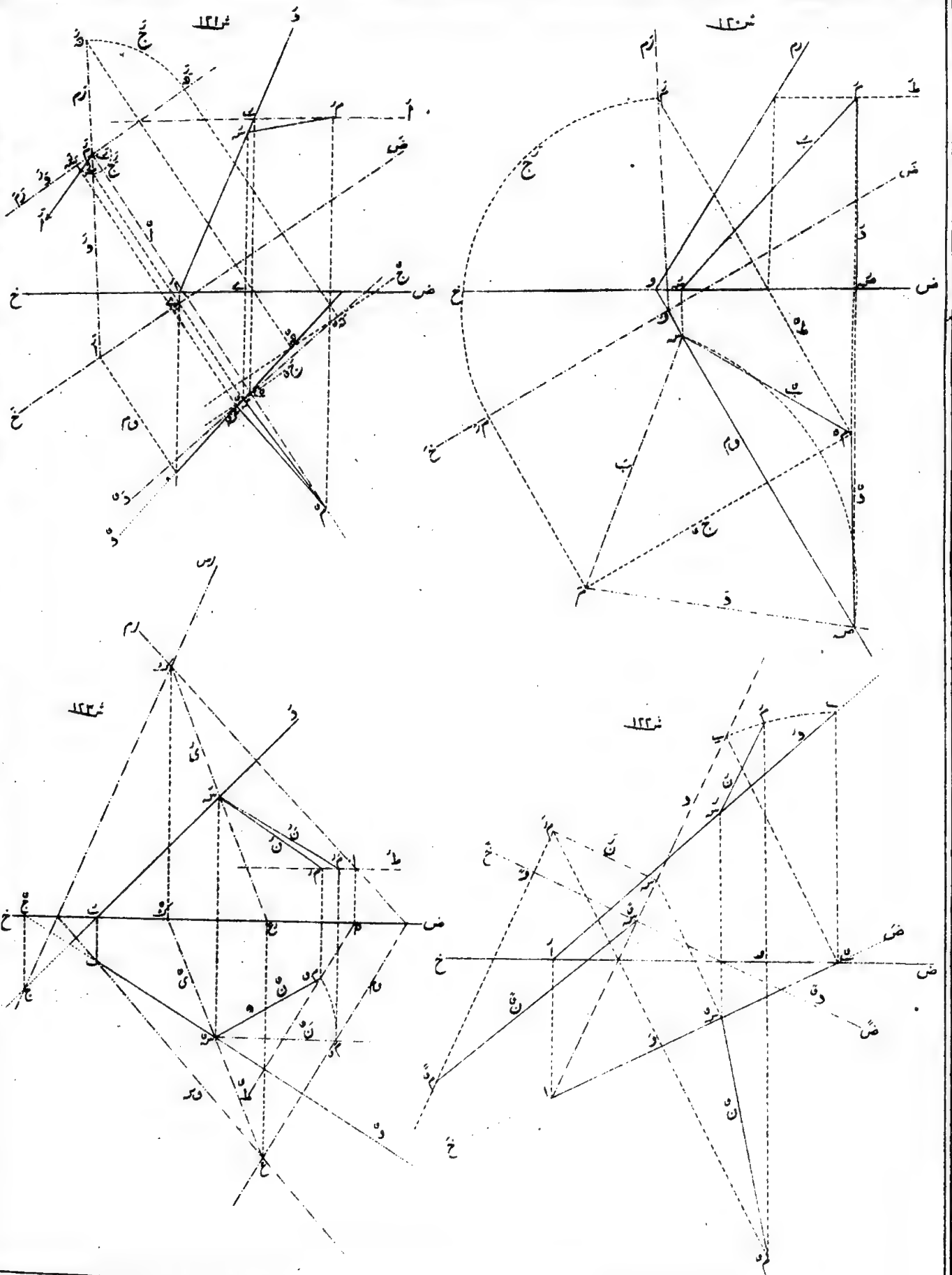


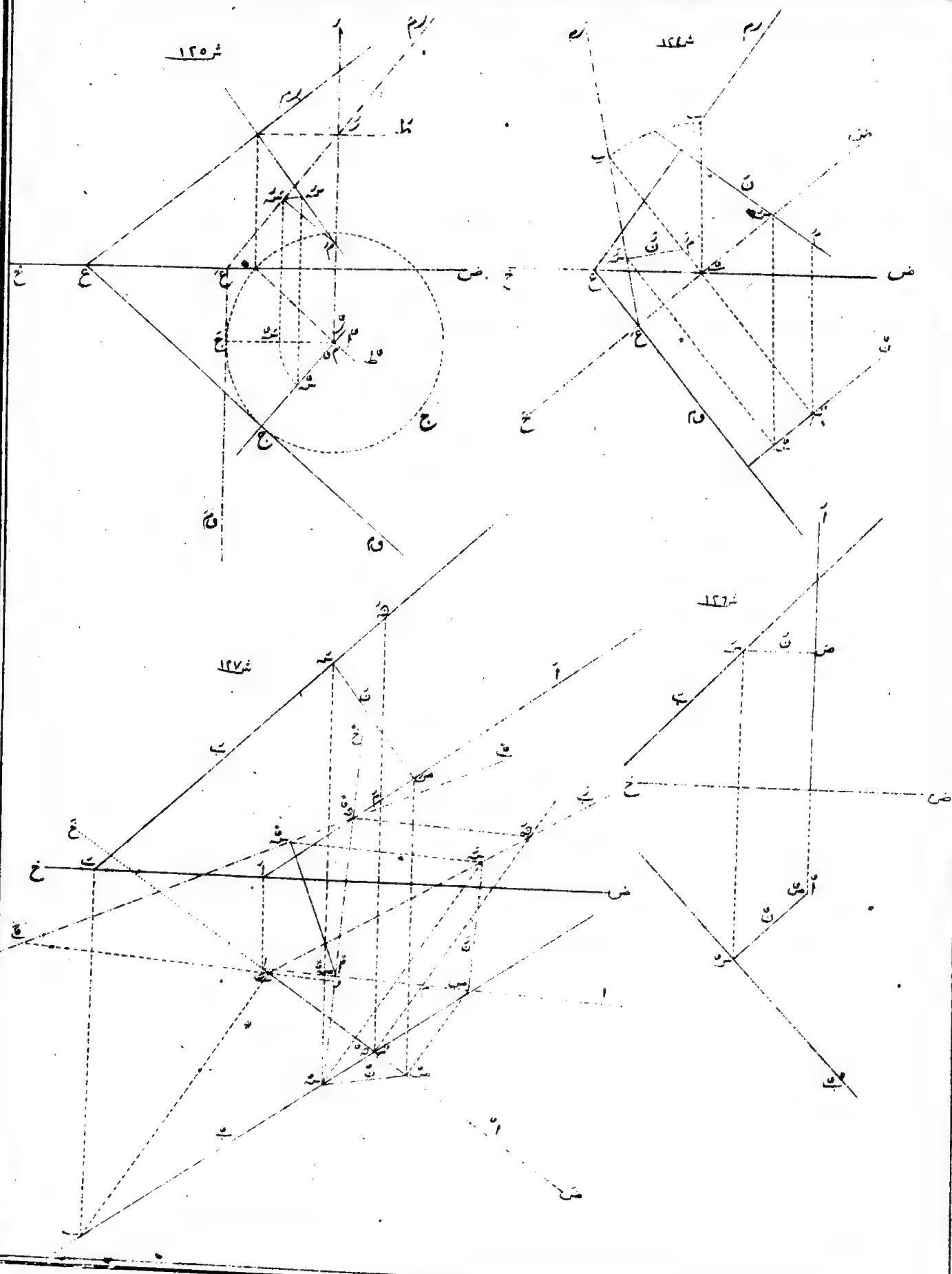
ش ۱۱۸



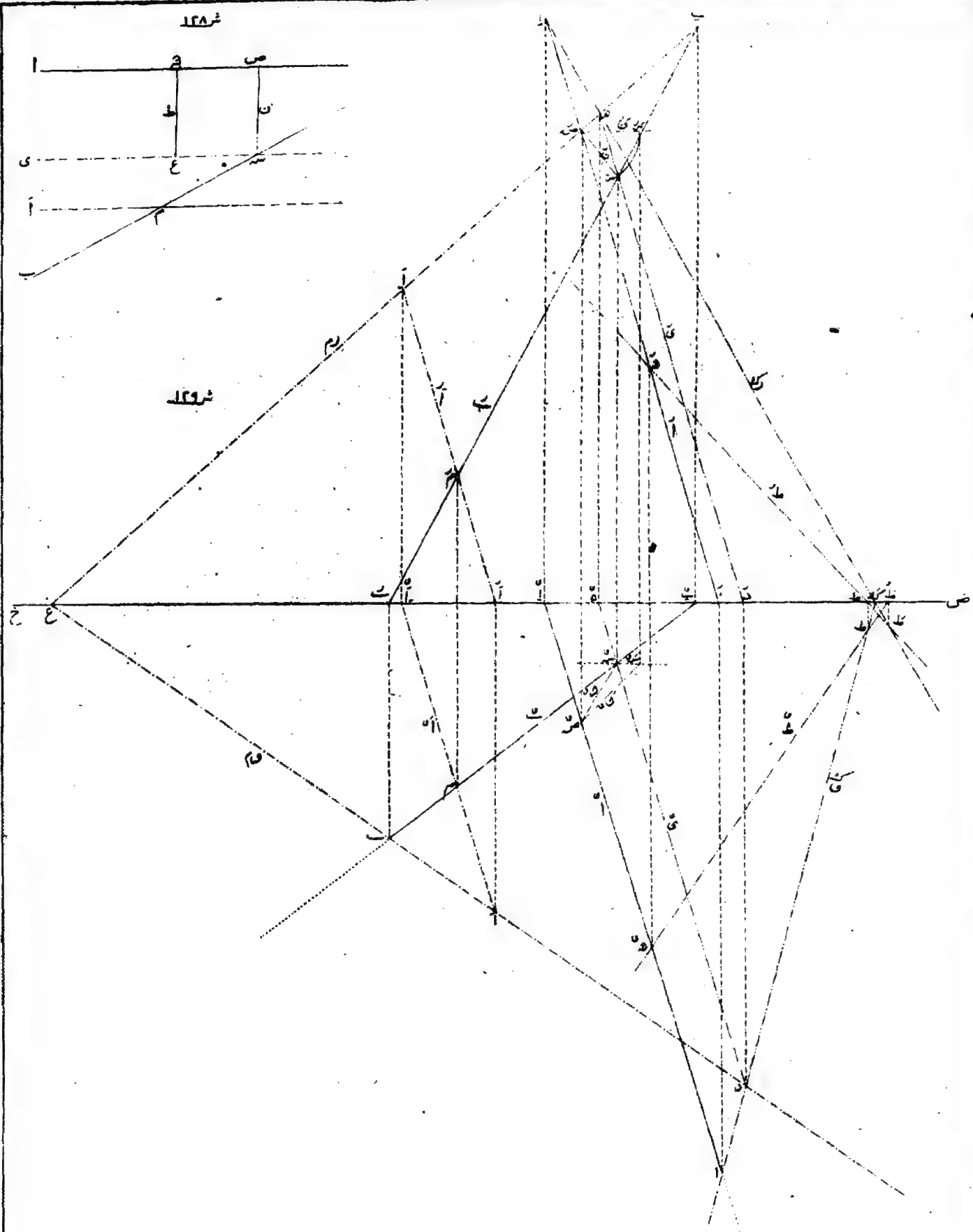
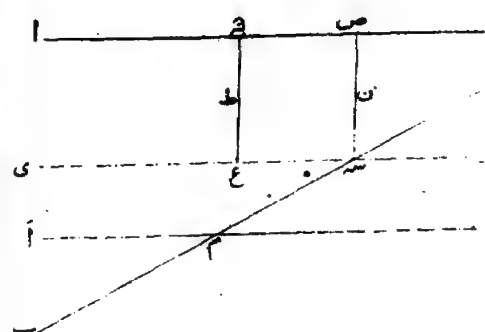
ش ۱۱۹

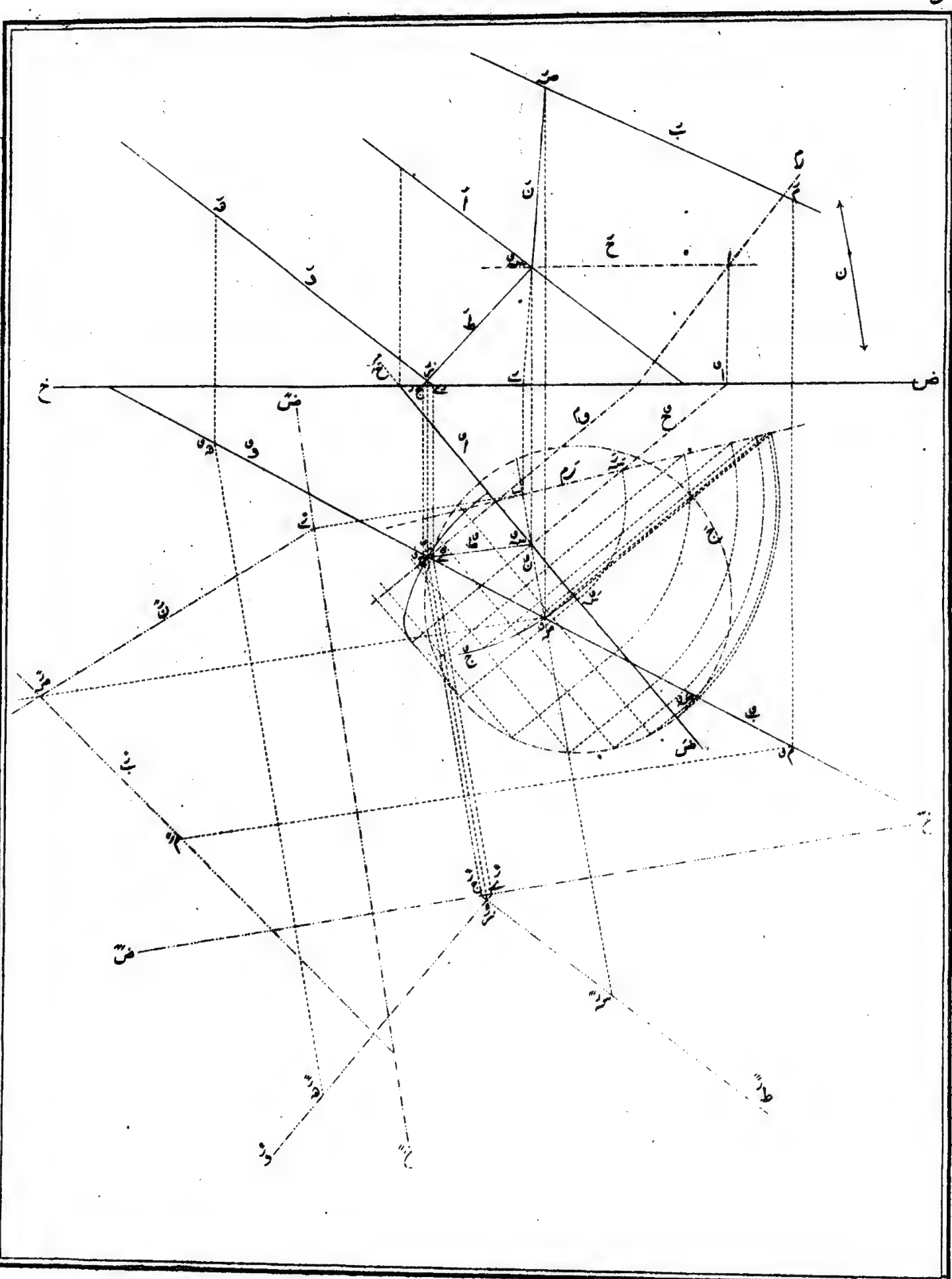






۱۴۸





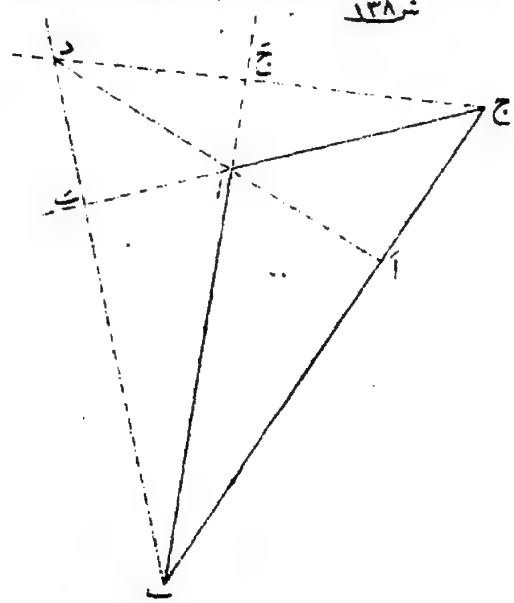




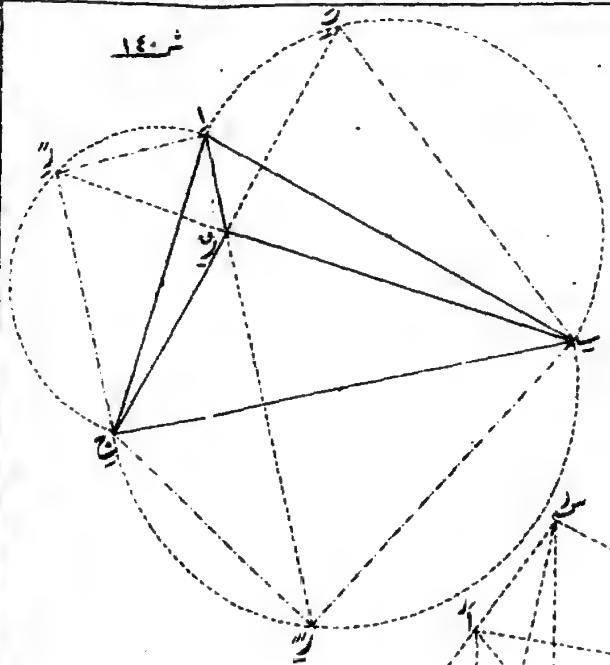




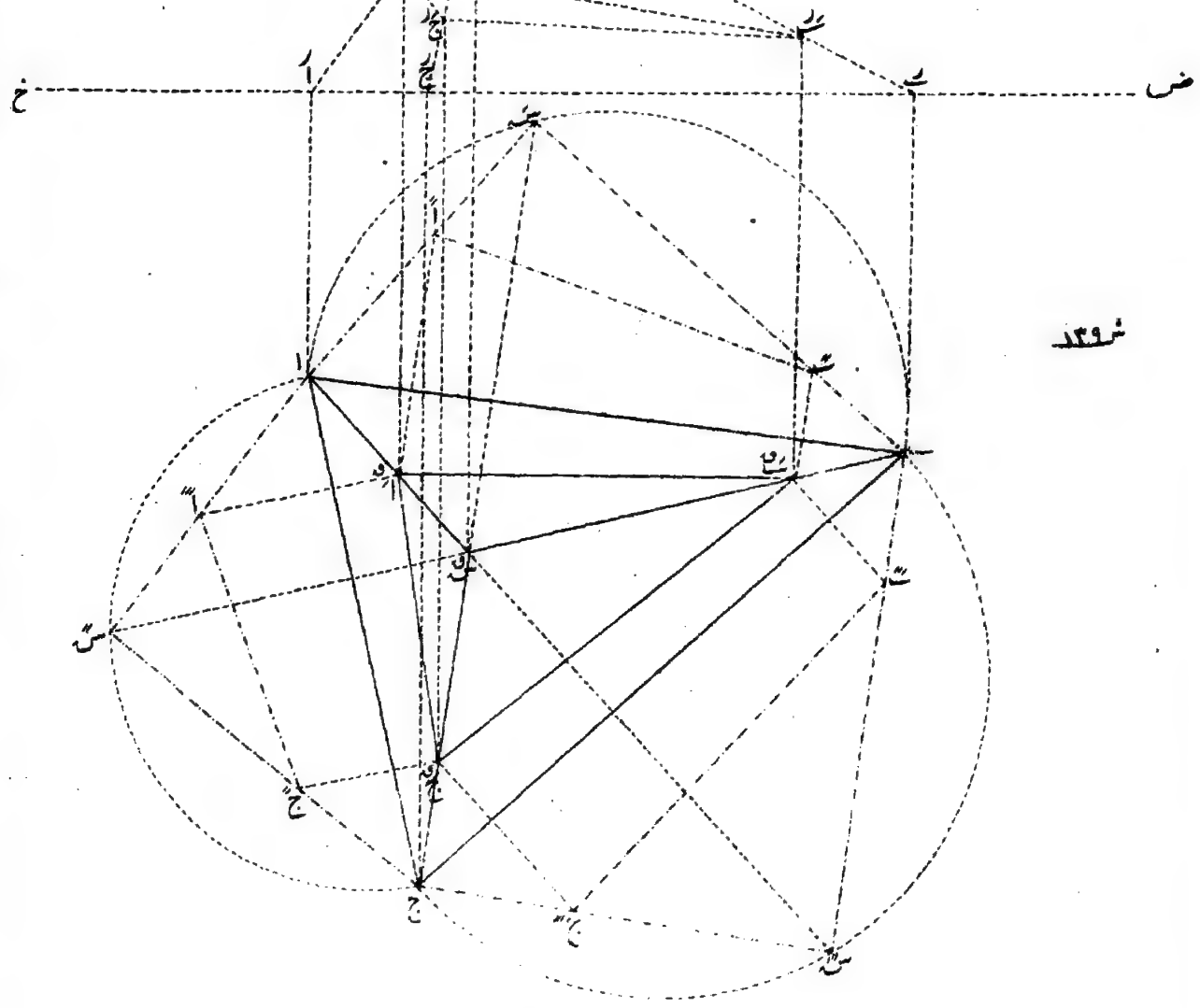
شماره ۱۳۸

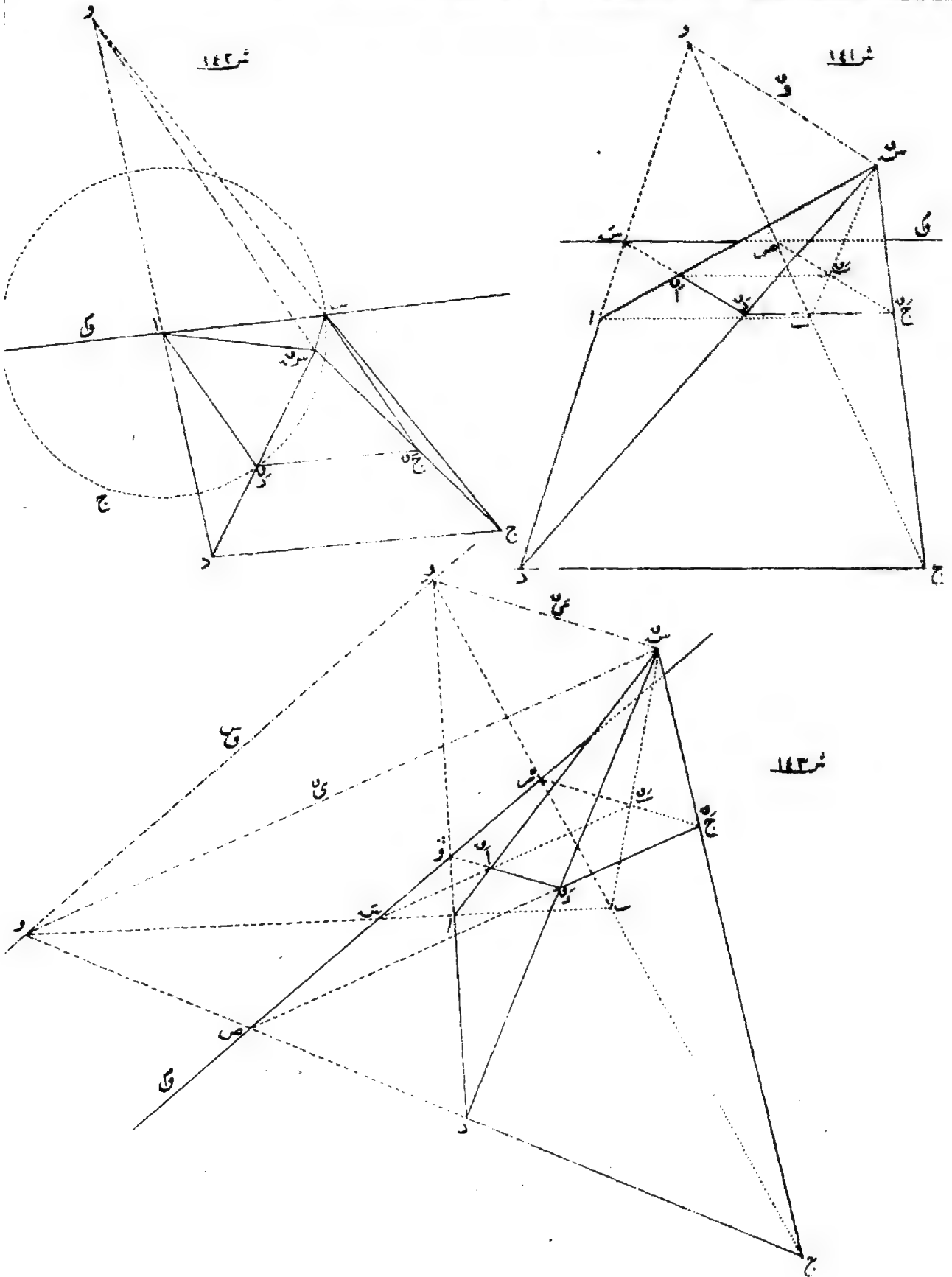


شماره ۱۴۰

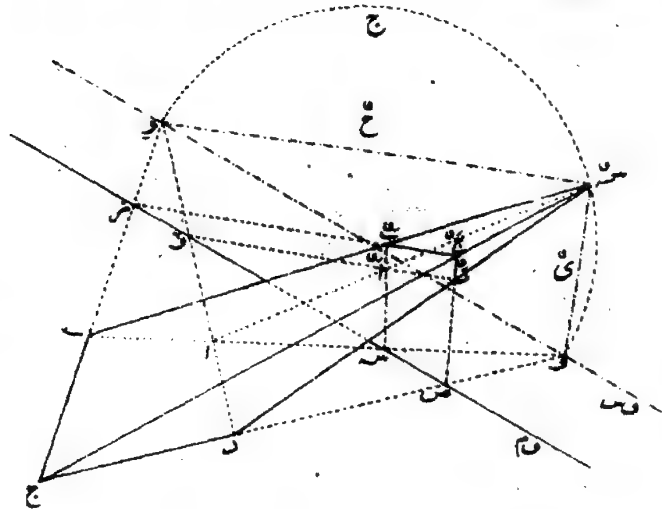


شماره ۱۳۹

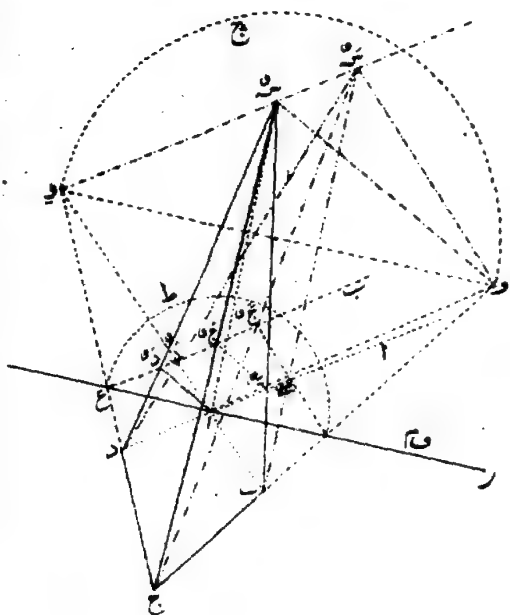




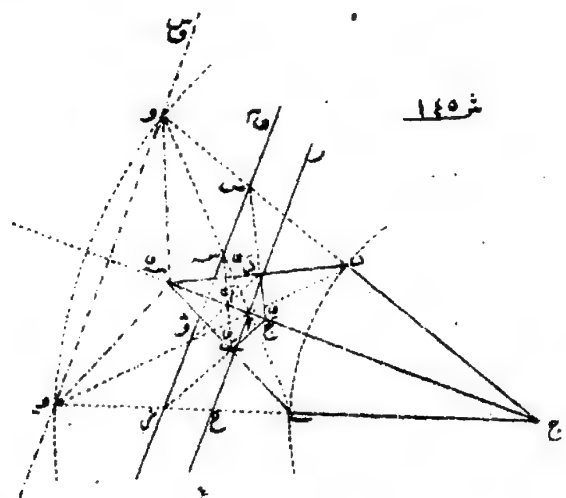
شماره ١٤٤



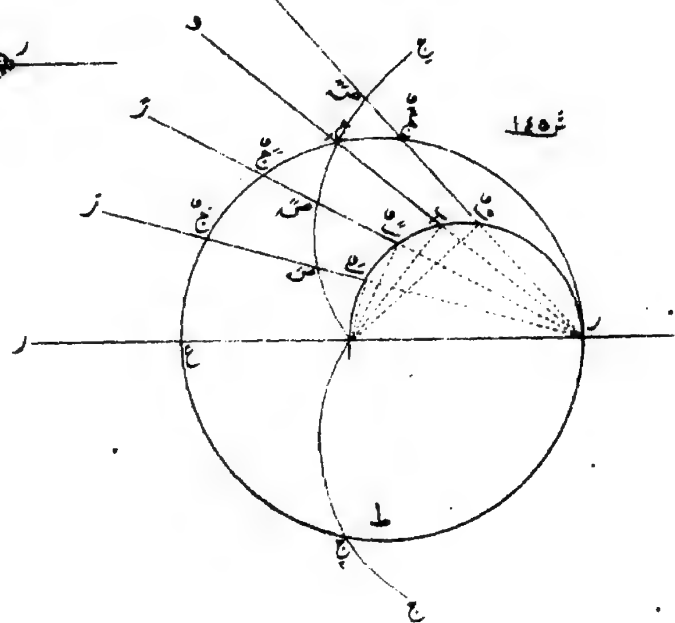
شماره ١٤٥



شماره ١٤٦



شماره ١٤٧



شماره ١٤٨

